Excelでできる株券オプション分析
——二、ブラック=ショールズ・モデルを使う——

原田喜美枝

目次

前回の内容：

一九九七年七月に導入された株券オプション取引の状況を売買代金、取引高、建玉残高、投資主体別売買代金構成比、現物株式市場との関係といった側面から明らかにした。現物株式市場との関係からは、新聞でもとりあげられているように、現物株式市場の低迷を受けて個人投資家の動きが鈍くなる相関があることがわかった。また、株券オプション取引の仕組みについて、実際に取引する際に知っておきたい項目毎に簡単にまとめた。

今回の概要：

基本的なオプション価格決定式（ブラック=ショールズの公式あるいはブラック=ショールズ・モデル）について概説し、株券オプションの分析に利用する。ブラック=ショールズの公式と聞くと、〝オプションの世界でプロの人々が使っている高度な数学を駆使したツール〟というイメージが一般に抱かれているように感じるが、実は、表計算ソフトExcelでもこの公式を用いて簡単にオプションの評価を行うことができる。

四、ブラック=ショールズ・モデル

過去二年間の二つの事件により、ブラック=ショールズ・モデルは金融の分野に関わらない一般の人にまで広くその名を知られるようになった。第一は、一九九七年のノーベル経済学賞受賞者にスタンフォード大学のマイロン・ショールズ教授とハーバード大学のロバート・マートン教授が選ばれたことである。彼らの主要業績とされたオプション理論が今ではブラック=ショールズの公式と呼ばれているものである。第二は、一九九八年九月に米ヘッジファンド、ロングターム・キャ

ピタル・マネジメント（LTCM）がデリバティブ商品（金融派生商品）で巨額の（四八億ドルの運用資産が六億ドルと激減し、約八分の一になった）損失を発表した事件であるが、LTCMにはショールズ教授とマートン教授の二人が共同経営者になっていたことも衝撃を与えた。

　ブラック＝ショールズ・モデルは、今から二六年前の一九七三年にシカゴ大学のフィッシャー・ブラック教授とマサチューセッツ工科大学（MIT）のマイロン・ショールズ教授によって共同論文の形で発表された[1]。その後様々な学者によってモデルの別の解法や異なる前提条件の類似したモデルなどが研究された。

　基本的なブラック＝ショールズ・モデルは原資産が株式のヨーロピアンタイプ（満期にだけ権利行使できるオプションのこと）を想定して作られたモデルであるが、その後、基本モデルを修正して"配当支払いのあるモデル（これは為替オプションにも使える）"、"ボラティリティの変動する（原資産の価格変動のある）モデル"等々いくつもの一般化されたモデルがある。

　では、ブラック＝ショールズ・モデルとはどのようなものかを、株券オプションの例を取り入れつつ、数式を極力使わないで概観することから始める。

(1)　モデルの基本形

コールオプションのプレミアム（買う権利の価格）は、

$$C=SN(d_1)-Ke^{-r\tau}N(d_2)\cdots\cdots(1)$$

プットオプションのプレミアム（売る権利の価格）は、

$$P=-SN(-d_1)+Ke^{-r\tau}N(-d_2)\cdots\cdots(2)$$

でそれぞれ表される。ここで、は、d_1、d_2

$$d_1=\frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}、$$

$$d_2=\frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

であり、

S：現在の現物株価の価格（例えば、ソニーの株券オプションを購入しようと思っているならば、その時点でのソニーの株価）

K：権利行使価格

τ：満期までの期間（例えば、今日が九七年七月三一日であれば満期までの期間は、九月限月物の満期日九月〇日（九月の第二週金曜日の前日）までの営業日〇日）

σ：現物株価の価格変動性（例えば、ソニーの株価が過去二〇日間にどれだけ変化したかを表す変化率。一般にはボラティリティと呼ばれる。）

r：非危険利子率（例えば、債券現先参考利回り）

$N(d)$：標準正規分布の累積密度関数

ln：eを底とする対数、つまり自然対数

　2つの式は複雑に見えるが、これらの式が言おうとしていることは、プレミアム（オプションの価格）はS、K、τ、σ、r（前から順に現在の原資産の価格、権利行使価格、満期までの期間、原資産の価格変動性、非危険利子率）によって決まってくるということである。

　式の証明はこのシリーズの目的から外れるため省略し、ここでは上の2式の説明を言葉で少し付け加える。

　コールオプションのプレミアムを表す(1)式の特

徴を株価Sとの関係でみる。満期日の現物の株価Sが大きくなると、コールオプションは権利行使されやすくなる。コールオプションとは例えば〝九、○○○円でソニーの株を買う権利〟であるから、満期日にソニーの株価が一二、○○○円になれば、それを九、○○○円で買うことができるのだから確実に権利行使される。Sが大きくなると$N(d_1)$、$N(d_2)$、が両方とも一に近くなり、プレミアムは高くなる。反対に、プットオプションのプレミアムを表す(2)式は、株価Sが大きくなると、$N(-d_1)$、$N-(d_2)$が両方とも0に近くなり、プレミアムは安くなる。

上の(1)式、(2)式は良く似た形をしているが、実はブラック＝ショールズ・モデルでは、配当支払いのないヨーロピアンに関してコールプレミアムとプットプレミアムの値（モデルから導いた理論値）の間にプット・コール・パリティ式が成立することがわかっている。プット・コール・パリティ式とは次の式で表される関係式であり、

$$P=C-S+\frac{K}{(1+r)} \quad \cdots\cdots (3)$$

この式からコールプレミアム（C）を求めたら、現物株価の価格（S）、権利行使価格（K）、非危険利子率（r）がわかっているから、(3)式に放り込むとプットプレミアム（P）を簡単に求めることができる。

(2)　モデルの仮定

ブラック＝ショールズ・モデルは複数の制約条件を前提にして構築されている。この前提となる条件は、理論プレミアム（モデルから計算したオプションの価格）がどういった条件の下で算出されているのか知るうえでも大切であるし、どんな原資産をもつオプションに適用できるか等を見極

めるうえでも必要となるので、[2] 重要なものを幾つか列挙すると、

①資本市場に関する条件としては、
・取引コストはかからない
・すべての証券をいくらでも小さい単位で売買できる
・リスクを負わないで利益を得るような裁定機会は存在しない

②原資産に関する条件としては、
・満期までの間に株式配当はない
・満期に現物価格の分布は対数正規分布に従う[3]

③オプションに関する条件としては、
・満期にだけ権利行使できるヨーロピアンである

④利子率に関する条件としては、
・投資家は同じ非危険利子率（投資リスクのない資産に投資したときの利子率）で借入れ・預入れができる
・非危険利子率は満期まで一定である

等がある。[4]

以上をみると、〝取引コストがかからない〟というような非現実的な仮定も含まれていることがわかるが、ブラック＝ショールズ・モデルが株式を原資産とする、配当支払いを行わないヨーロピアンタイプのオプションを対象にしていることもわかる。

ここで、株券オプションに戻って照らし合わせてみると、株券オプションは前回でもみたように原資産は個別の株式であり、満期日にのみ権利行使できるヨーロピアンであるから、上述のモデルを用いて、株券オプションの分析を進めていくことにする。

(3)　ブラック＝ショールズ・モデルの利用の仕方

では、実際にブラック＝ショールズ・モデルか

ら株券オプション価格を計算するために、モデルの五つの決定要因、S、K、τ、σ、rに当てはまる数値をみつける作業から始める。ここでは前回の〝表8：株券オプション取引の相場表の一部〟にあげた一九九七年七月三一日のソニーとNTTの取引データを用いる（実際に最後まで計算するのは紙面の都合上ソニーのみ）。

Sは現在の現物株価の価格であるから、ソニーの株券オプションを購入しようと思う人にとってみれば、Sは一九九七年七月三一日のソニーの株価一一、七〇〇円（七月三一日の始値一一、七〇〇円）である。NTTの株券オプションを購入しようと思う人にはSは一、一九〇、〇〇〇（七月三一日の始値一、一九〇、〇〇〇円）である。

Kは権利行使価格であり、ソニーの株券オプションの場合は表8より一一、〇〇〇円、一二、〇〇〇円、一三、〇〇〇円である。NTTの株券オプションの場合は一、一〇〇、〇〇〇円、一、二〇〇、〇〇〇円、一、三〇〇、〇〇〇円である（ただし、東京第一部）。

満期までの長さについては、一九九七年七月三一日から満期日の一九九七年九月一一日（九月限月の第二金曜日の前日）までの日数、四二日を年表示に変換する。$\tau = 42/250 = 0.168$より、満期までの長さは0.168となる（一年間の営業日は約二五〇日、一般的に三六〇日等では割らない）。

非危険利子率には、特にどの金利を用いるか決まりはないため、オプションと満期が一致するものを選べばよい。注意する点は、ブラック＝ショールズ・モデルは時間に関して連続型ということが仮定されているモデルであるから、利子率も合わせる形でとる必要があって、自然対数をとった金利（r％と表示されている普通の金利を$1 + \frac{r}{100}$として自然対数）を使う。七月三一日の

債券現先参考利回り（日本経済新聞マーケット総合2の短期金融市場欄、表9参照）の翌月物金利は〇・三六七％であることから、$r = \ln\left(1 + \frac{0.367}{100}\right) = 0.0037$となる。

後は現物株価の価格変動性（ボラティリティ）、σを計算すればよいのだが、このボラティリティをどう計算するかはトレーダーにより異なるため、注意しなければならない。

株券オプションを考える際のボラティリティとは「原資産であるソニーの株価（あるいはNTTの株価）が満期までの間に示す価格変動性の期待値」であり、これはすべての投資家の一致した期待値でなければならない。ボラティリティを計算す

表9　短期金融市場相場

短期金融市場 (31日、%)

◇コール・手形 (加重平均、速報、翌日物は確報)

<コール>	有担保	無担保
翌日	0.44	0.50
<手形>		
1週間	—	0.54
2週間	—	0.57
3週間	—	0.57
1カ月	0.75	0.57
2カ月	—	0.65
3カ月	—	0.69
<ドルコール>		
翌日	[illegible]	
1カ月	[illegible]	
2カ月	[illegible]	

◇全国市場残高 (億円、30日確報)　コール 375568　手形 46821

◇CD気配

<新発>	売り	買い	前日 売り	前日 買い
2週間	0.47	0.65	0.47	0.65
1カ月	0.48	0.66	0.48	0.66
2カ月	0.51	0.72	0.51	0.71
3カ月	0.54	0.74	0.54	0.74
6カ月	0.58	0.85	0.58	0.83
<現先>				
[illegible]	0.45	0.63	0.44	0.62
[illegible]	0.48	0.64	0.47	0.64
2カ月	0.51	0.69	0.50	0.68

◇CP気配 (証券協会)

<現先>	売り	買い	前日 売り	前日 買い
翌日	0.50	0.56	0.49	0.56
1週間	0.52	0.57	0.52	0.57
1カ月	0.54	0.59	0.54	0.60

◇TB気配 (証券協会)

<現先>	売り	買い	前日 売り	前日 買い
翌日	0.50	0.58	0.50	0.56
1週間	0.45	0.55	0.45	0.55
1カ月	0.56	0.55	0.56	0.54

◇TB利回り

	銘柄	引け	売買高
3カ月	177回債	0.510	255
6カ月	176回債	0.520	50

◇債券現先参考利回り (日本証券業協会)

	平均	最高	最低
翌月	0.367	0.400	0.350
2カ月	0.362	0.400	0.350
3カ月	0.362	0.400	0.350

表10　株価指数先物・オプション相場

株価指数先物・オプション (31日、円、枚、建玉は前日)

	始値	高値	安値	終値	前日比	売買高	建玉
<日経平均先物・大証>							
97/9月	20250	20550	20050	20530	+110	18865	174178
12月	20160	20500	20160	20290	−520	13	5682
98/3月	—	—	—	—	—	—	2595
<日経平均先物・SIMEX>							
97/9月	20285	20565	20040	20545	+125	14953	88103
12月	—	20500	20140	20550	+120	401	5900
98/3月	—	—	—	20545	+105	100	15
<日経300先物・大証>							
97/9月	300.1	302.2	298.5	302.2	+2.3	5154	98788
12月	—	—	—	—	—	—	4710
98/3月	—	—	—	—	—	—	0
<日経300先物・SIMEX>							
97/9月	302.2	302.2	299.5	302.2	+2.3	115	14587
12月	—	—	—	302.0	+2.3	—	—
98/3月	—	—	—	302.5	+2.3	—	—
<TOPIX先物・東証>							
97/9月	1541	1544	1528	1541	+5	4799	110701
12月	1536	1536	1536	1536	—	2	5819
98/3月	1539	1539	1539	1539	—	2	192

権利行使価格	8月 終値	8月 前日比	8月 売買高	8月 建玉	9月 終値	9月 前日比	9月 売買高	9月 建玉	10月 終値
<日経平均オプション・大証>									
コール 19500	770	−50	67	747	970	−60	39	129	1060
コール 20000	390	+55	607	2804	660	+80	197	548	700
コール 20500	120	+20	2568	7719	590	+50	271	1334	450
コール 21000	25	+5	1083	10954	200	+50	490	6862	260
コール 21500	5	−5	1112	5490	95	+20	914	4526	155
プット 18500	5	0	95	4087	—	—	—	—	—
プット 19000	5	−5	265	5479	115	−10	325	7179	250
プット 19500	50	−20	1645	7717	200	−50	517	2241	350
プット 20000	110	−50	4218	5578	560	−50	408	1892	490
プット 20500	325	−85	189	1981	600	−50	8	559	760

総売買高コール 7511枚　プット 8124枚　日経平均HV 14.2
当日総建玉コール 45834枚　プット 50956枚　日経平均IV 18.8

権利行使価格	8月 終値	8月 前日比	8月 売買高	8月 建玉		
<日経300オプション・大証>						
コール 295	—	—	—	—	総売買高 コール	1枚
コール 300	3.4	—	1	1	プット	1枚
コール 305	—	—	—	—	当日総建玉コール	999枚
プット 295	—	—	—	—	プット	81枚
プット 300	3.1	—	1	1	日経300HV	12.6
プット 305	—	—	—	—	日経300IV	19.6
<TOPIXオプション・東証>						
コール 1500	—	—	—	—	総売買高 コール	25枚
コール 1550	—	—	—	—	プット	25枚
コール 1600	—	—	—	—	当日総建玉コール	10枚
プット 1500	—	—	—	—	プット	10枚
プット 1550	—	—	—	—	TOPIXHV	11.2
プット 1600	—	—	—	—	TOPIXIV	—
<オプション25・名証>						
コール 1025	14.5	+5.0	51	—	総売買高 コール	281枚
コール 1050	4.5	—	220	—	プット	89枚
コール 1075	1.0	0.0	10	—	前日総建玉コール	0枚
プット 1000	—	—	—	—	プット	0枚
プット 1025	7.0	−4.5	89	—	オプション25HV	11.8
プット 1050	—	—	—	—	オプション25IV	18.2

現物指数　終値　1082.54　(注) SIMEX、名証の建玉は前日

るには以下の二つの方法がある。

(4) 二つのボラティリティ

一つの方法は原資産の過去の価格変動データから将来の価格変動性を推計する方法であり、もうひとつはオプションの実際の価格であるプレミアムの値から価格変動性を逆に計算して求め、何らかのウエィトを付けて集計する方法である。前者はヒストリカル・ボラティリティと呼ばれ、後者はインプライド・ボラティリティと呼ばれている。

日本経済新聞の株価指数先物・オプション欄には各オプション取引のヒストリカル・ボラティリティ（紙面ではHVとだけ書かれている）とインプライド・ボラティリティ（同じく紙面ではIV）が公表されている（表10参照）。例えば、七月三一日の日経平均オプションの場合「日経平均HV一四・二」（%表示、つまり一四・二%）、「日経平均IV一八・八」（一八・八%）となっている。[5] 二つの指標の差は四・六%であったが、場合によってはもっと大きな差になることもあり、どのボラティリティを用いるかによってブラック＝ショールズ・モデルから導いた理論値に大きな差がでることになる。

こういったことからもボラティリティの計算がブラック＝ショールズ・モデルを用いるときの一番注意するポイントになっていることがわかる。どのボラティリティを用いるかによってブラック＝ショールズ・モデルによって計算される理論プレミアムの値が変化することになるため、株券オプションのプレミアムが割高なのか割安なのかの判断を誤ることも十分にありうる。

インプライドボラティリティによる分析は別の機会に回し、ここではヒストリカル・ボラティリティを求め、プレミアムの計算に利用する。[6]

表11　日経平均HVの計算方法

$$日経平均HV=\sqrt{\frac{1}{20}\sum_{t=1}^{20}(d_t)^2\times N}$$

ただし、

$$d_t=(日次変化率)=\frac{当営業日の日経平均株価終値}{前営業日の日経平均株価終値}\quad の対数値$$

N（年間取引日数）＝250日

出所：俊野雅司大村敬一『ゼミナールオプションの仕組みと実際』、東洋経済、1993年。p 109。

表12　ソニー株価・ＮＴＴ株価の日次変動率

（1997年7月2日から1997年7月31日まで）

	ソニー株価(円)	ＮＴＴ株価(円)	ソニー日次変動率(%)	ＮＴＴ日次変動率(%)
1997年7月2日	9,770	1,090,000		
7月3日	9,640	1,080,000	−1.34	−0.92
7月4日	9,680	1,070,000	0.41	−0.93
7月7日	9,660	1,030,000	−0.21	−3.81
7月8日	9,760	1,060,000	1.03	2.87
7月9日	9,700	1,060,000	−0.62	0.00
7月10日	9,760	1,080,000	0.62	1.92
7月11日	9,870	1,090,000	1.12	0.92
7月14日	10,100	1,090,000	2.30	0.00
7月15日	10,100	1,090,000	0.00	0.00
7月16日	10,500	1,170,000	3.88	7.08
7月17日	10,500	1,170,000	0.00	0.00
7月18日	10,700	1,140,000	1.89	−2.60
7月22日	10,700	1,140,000	0.00	0.00
7月23日	10,700	1,140,000	0.00	0.00
7月24日	10,800	1,140,000	0.93	0.00
7月25日	10,800	1,150,000	0.00	0.87
7月28日	11,300	1,160,000	4.53	0.87
7月29日	11,700	1,190,000	3.48	2.55
7月30日	11,600	1,190,000	−0.86	0.00
7月31日	11,700	1,190,000	0.86	0.00

注1）　日次変動率は日次対数投資収益率（表3のd_tに基づき作成している。
日次変動率＝〔当営業日の各株価／前営業日の各株価〕の自然対数）をとっている。
注2）　7月21日は「海の日」の振替休日だった。

上述の日経平均ＨＶは表11の方法で求められている。この式は年率換算したボラティリティになってる。これに基づき、一九九七年七月三一日から過去に二〇日間さかのぼり、ソニーの株価からヒストリカル・ボラティリティ（以下ＨＶと呼ぶ）を求める。ソニーとＮＴＴの二〇日間の日次変化率は表12に計算した通りであり、それぞれのヒストリカル・ボラティリティは、ソニーのＨＶ＝一六・五一％、ＮＴＴのＨＶ＝〇・九三％となる（ここ以降はソニーの結果のみを示す）。

五、株券オプションの分析

(1)　Ｅｘｃｅｌシートの説明

以上で求めた各変数（コールオプションについて考える。ソニーのＳ＝一一、七〇〇円、Ｋ＝一二、〇〇〇円、τ＝〇・一一五、ｒ＝〇・〇〇三七 σ＝〇・一六五一。）をブラック＝ショールズ・モデルに代入して計算すればよい。ブラック＝ショールズ・モデルに基づくソニー株券オプションの理論プレミアムの計算は、表計算ソフト Excel（Microsoft Excel for Windows95 Version7.0）で行った。Ｅｘｃｅｌの作業シートは〝表13　ソニー株券オプション例１〟として添付した。

セルＢ３からセルＢ７にはそれぞれ株価（Ｓ）、権利行使価格（Ｋ）、残存期間（τ）、非危険利子率（ｒ）、ボラティリティ（σ）を入れた。d_1、d_2の値はセルＢ10、セルＢ11に、d_1、d_2の標準正規分布の累積密度関数（$N(d_1)$、$N(d_2)$）の値はセルＢ13、セルＢ14にそれぞれ求めた。d_1、d_2を求める計算式はセルＣ10、セルＣ11に、$N(d_1)$、$N(d_2)$の計算式はセルＣ13、セルＣ14に書き込んだ。そして、最後にコールオプションのプレミアムがセルＣ16、プットオプショ

表13　ソニー株券オプション例１（権利行使価格　12,000円）

	A	B	C
1	ソニーの株券オプションのブラック＝ショールズモデルによる分析		
2			
3	株価(S)	11700	
4	権利行使価格(K)	12000	
5	残存期間(τ)	0.168	
6	非危険利子率(r)	0.0037	
7	ボラティリティ(σ)	0.1651	
8			
9			
10	d1＝	－0.331	=(LN(B3/B4)+(B6+B7^2/2)*B5)/(B7*SQRT(B5))
11	d2＝	－0.399	=(LN(B3/B4)+(B6-B7^2/2)*B5)/(B7*SQRT(B5))
12			
13	N(d1)＝	0.370	=NORMSDIST(B10)
14	N(d2)＝	0.345	=NORMSDIST(B11)
15			
16	コールオプション＝	194.53	=B3*B13-B4*EXP(-B6*B5)*B14
17	プットオプション＝	487.07	=(-B3*(1-B13))+B4*EXP(-B6*B5)*(1-B14)

ンのプレミアムがセルＣ17にそれぞれ求められた。

計算式を書き込んだ中に現われている〝ＬＮ〟は自然対数を求める関数（$\log_e x$、xの自然対数を返す）、〝^〟はべき乗（a^x、ａのｘの乗を返す）、〝ＳＱＲＴ〟は正の平方根を求める関数（$\sqrt{x}$を返す）、〝ＮＯＲＭＳＤＩＳＴ〟は標準正規分布の累積密度関数を求める関数、〝ＥＸＰ〟はeのべき乗を求める関数（e^x、xを求める。$e^x=a$のとき$x=\log_e a$となる）で、標準的にインストールされたＥｘｃｅｌの中に入っている関数である。

(2)　モデルから理論プレミアムを導く

表13のＥｘｃｅｌの作業シートについて数式で説明を加えると、(1)式、(2)式のｄ、ｄは次のように計算されている。

$$d_1=\frac{\ln\left(\frac{11700}{12000}\right)+\left(0.0037+\frac{0.1651^2}{2}\right)0.168}{0.1651\times\sqrt{0.168}}$$

$$=-0.331$$

$$d_2=\frac{\ln\left(\frac{11700}{12000}\right)+\left(0.0037+\frac{0.1651^2}{2}\right)0.168}{0.1651\times\sqrt{0.168}}$$

$$=-0.399$$

このそれぞれの値、−0.331、−0.399を標準正規分布（平均が0、分散が1の分布）の累積密度関数に代入すると、$N(d_1)$、$N(d_2)$ は、それぞれ0.370、0.345となる。

標準正規分布の累積密度関数と聞くと、「何かわからない難しいもの」と思えるかもしれないが、図で表すと意外とシンプルな形をしている。図3が標準正規分布の図である。この図の直感的な解釈は、サンプル数が多く集まると、近似的に平均が0で分散が1の正規分布に従っているとみなせることにある。分布の形状がよくわからないサンプル数の多いものは正規分布に従うと仮定できる。この図の数学的な特徴は、曲線の下側全体の−∞（無限大）から＋∞までの面積が1になること、横軸0を対称に左右同じ形をしていることである。この性質を使うと、

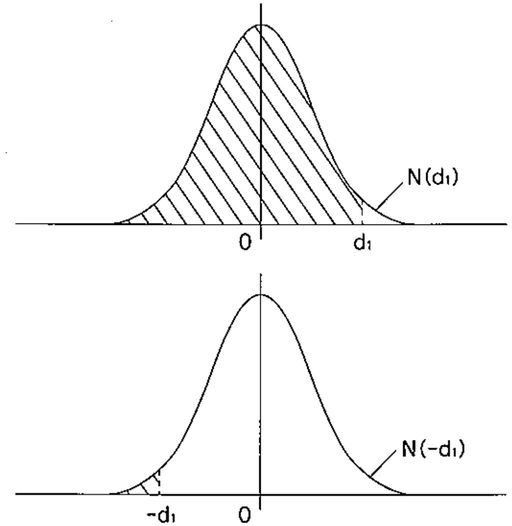
$$N(d_1)=1-N(-d_1)$$

となり、$N(d_1)$ のとりうる値は0から1までということがわかる。例えば、

$1-N(-0.331)=N(0.331)$となり、斜線の下の面積は0.370とプラスで求められる。[7]

ここまで求めた値を(1)式、(2)式にそれぞれ代入した結果得られたものがブラック＝ショールズ・モデルから導かれたコールオプションとプットオプションのプレミアムであり、それぞれ194.53、487.07となった。

図３　標準正規分布の累積密度関数



(3)　実際のプレミアムとの比較

〝表８：株券オプション取引の相場表の一部〟にあるソニーの実際の株券オプションのプレミアムをみると、権利行使価格一二、〇〇〇円のときにコールオプションの価格が四〇〇円をつけている。モデルから計算されたプレミアムは約一九五円であるから、実際の価格は理論価格よりも割高ということが言える。権利行使価格が一二、〇〇〇円のときプットオプションは取引が成立しなかったから、このときのプットオプションのプレミアムを比較することができない。

そこで、もうひとつの例として、同じ日のソニーの株券オプションの権利行使価格一一、〇〇〇円の場合も計算してみることにする。変更を加えるのは表13のセルＢ４のみである。結果は〝表14　ソニー株券オプション例２〟に添付した。先ほどと同じく表８の実際のプレミアムと比べ

ると、権利行使価格一一、〇〇〇円のときにコールオプションの価格が九二〇円、モデルから計算された価格が約七八一円であることから、ここでも実際の価格が割高ではないかということを推測できる。プットオプションの価格が二二〇円、モデルから計算された価格は約七四円だった。ここでも実際のプレミアムよりも安い理論プレミアムになった。実際のプレミアムと理論プレミアム（ブラック＝ショールズ・モデルから導かれたプレミアムのこと）はどうも同じような値になっていないようである。

ここまでの結果から判断すれば、この日のソニーの株券オプションはコールオプションもプットオプションも理論プレミアムよりも割高な水準で取引が行われたと考えられる。ところが、ここまではまだこの考えが正しいとは言えないのである。なぜなら、株券オプション取引の流通量が

表14　ソニー株券オプション例２（権利行使価格　11,000円）

	A	B	C
1	ソニーの株券オプションのブラック＝ショールズモデルによる分析		
2			
3	株価(S)	11700	
4	権利行使価格(K)	11000	
5	残存期間(τ)	0.168	
6	非危険利子率(r)	0.0037	
7	ボラティリティ(σ)	0.1651	
8			
9			
10	d1＝	0.955	=(LN(B3/B4)+(B6+B7^2/2)*B5)/(B7*SQRT(B5))
11	d2＝	0.887	=(LN(B3/B4)+(B6-B7^2/2)*B5)/(B7*SQRT(B5))
12			
13	N(d1)＝	0.830	＝NORMSDIST(B10)
14	N(d2)＝	0.812	＝NORMSDIST(B11)
15			
16	コールオプション＝	780.98	＝B3＊B13－B4＊EXP(－B6＊B5)＊B14
17	プットオプション＝	74.15	=(-B3*(1-B13))+B4*EXP(-B6*B5)*(1-B14)

少ないこと、ブラック＝ショールズ・モデルに基づいた理論プレミアムと実際のプレミアムの間に何か乖離があってモデルが適切な尺度を提供できていないこと等が考えられるからである。こういった場合、一般にはボラティリティ（等）の情報を入れ直し、修正していくということが行われる。この続きは、先ほどは扱わなかったインプライド・ボラティリティを入れて、次回に試みる予定をしている。

（注）

(1)　厳密に言うならば、ブラック教授とショールズ教授のオプション公式の導出方法をテーマにした共同論文とマートン教授の論文がほぼ同時に発表された。

(2)　例えば、配当支払いのある原資産をもつオプションや満期までの間であればいつでも権利行使できるアメリカン・オプションにはブラック＝ショールズ・モデルの基本形は使えない。

(3)　現物価格の分布が対数正規分布に従うことは、現物価格の対数をとったものが正規分布に従うことでもある。これを仮定すると現物価格は負にならない。

(4)　その他に重要だが直感的にわかりにくいものとして、「証券の売買は連続して行うことができる」というものがある。これは原資産の価格変動のことを指していて、原資産の価格変動は、時間も価格も連続な確率過程に従うという性質を用いる。

(5)　八月一日の新聞に載る七月三一日のボラティリティは、厳密には、七月三〇日のボラティリティの指標が公表されているため、七月三一日のボラティリティを知るには八月一日の値を参考にするべきである。

(6)　ヒストリカルボラティリティは、株価の暴落時のような投資家の期待がめまぐるしく変動するときには利用できない。過去のデータで将来のボラティリティをうまく推定できないだけでなく、統計的問題（定常性と呼ばれる仮定）も絡んでくる。

(7)　詳しくは統計の教科書、オプションの解説書等を参照。例えば、加納悟・浅子和美『入門―経済のための統計学』日本評論社、一九九二年。俊野雅司・大村敬一『ゼミナールオプション仕組みと実際』東洋経済新報社、一九九三年。この二冊には標準正規分布における累積密度関数表が載っている。

（はらだ　きみえ・当研究所研究員）