金融不安定性分析のための時系列モデル：理論分析

須　藤　時　仁

要　旨

2008年からの世界的な金融・経済危機を受けて，マクロ経済モデルの改良が模索されている。Goodhart，Sunirand and Tsomocos［2006a］，Tsomocos［2003a，b］は，経済主体のデフォルトを均衡現象として定式化したモデルを開発した。これらのモデルでは，デフォルトが均衡現象として説明されるため，金融システムの脆弱性も均衡現象として分析することが可能という優れた特性がある。しかし，それらのモデルは有限期間モデルであるという欠点がある。

本稿では，デフォルト均衡の考え方を取り込んだシンプルな時系列モデルを構築し，その理論的特性を考察した。本モデルはGoodhart，Osorio and Tsomocos［2009］とMartinez and Tsomocos［2011］のモデルをベースとし，それらのモデルに生産の概念と設備投資の概念を整合的に組み込んだことが特徴である。

モデル分析から得られた主な結論は以下のように整理することができる。第1に，民間経済主体の最適行動から，各経済主体の戦略的デフォルトが経済の均衡現象として存在する。第2に，家計と企業の最適行動から期待を考慮したIS曲線と物価の粘着性を考慮したニューケインジアン・フィリップス曲線（NKPC）が導出され，本モデルはニューケインジアン・モデルの特性を備えている。

第3に，均衡状態において，フィッシャー効果の成立，デフォルトの可能性による正の金利の支持，自明ではない貨幣数量説の成立，金融政策・財政政策・金融上の規制政策の実体経済に対する非中立性，といった特徴が見出せた。特に，フィッシャー効果の成立に関連して，民間経済主体の債務不履行に係る伝染効果の相違が理論的に示されたことは，金融不安定性を考察する上で注目される特性である。つまり，金融機関，特に銀行の脆弱性は，企業の脆弱性より広範な金利の上昇を促し，したがって経済に及ぼす悪影響も大きいことが示された。

目　　次

Ⅰ．はじめに

欧米のおける住宅市場の崩壊を端緒とした2008年からの世界的な金融・経済危機を受けて，マクロ経済モデルの改良が模索されている。White［2010］は，動学的確率的一般均衡（DSGE）モデルをはじめとする現代のマクロ経済理論の分析手法における欠点を整理した。この議論を受けて，Goodhart and Tsomocos［2011］は「デフォルトの概念が組み込まれていないこと」（p.51）が現代マクロ経済理論（モデル）の中枢に位置する致命的な欠陥と指摘している。つまり，DSGEモデルをはじめとした現代マクロ経済モデルでは，金融市場の完全性と完備性が仮定されているためにデフォルト概念を組み込む必要がなく，したがって，金融仲介業者の必要性が排除されていた。さらに，デフォルトがない経済では，債務者は必ず債務を履行するために，取引の媒介手段としての貨幣（法貨）の価値または役割も曖昧となる[1)]。こうした金融市場に関する仮定は，少なくとも金融経済モデルにおいては，同一の種類に属する経済主体の異質性を排除して，よりシンプルなモデルの構築を可能にしていたのである。

では，これまで金融上の摩擦を考慮したモデルはなかったのかといえば，そのようなことはなく，多数の先行研究が存在する。近年でみても，Leao and Leao［2007］，Curdia and Woodford［2009］，deWalque, Pierrard and Rouabah［2010］，Iacoviello and Neri［2010］などはDSGEモデルに金融上の摩擦を導入し，有意なインプリケーションを導いている。しかし，これらのモデルでは，デフォルトが均衡としてではなく，均衡外の現象として定式化されている。

一方，デフォルトを均衡現象として定式化した先行研究に，Goodhart, Sunirand and Tsomocos［2006a］，Tsomocos［2003a, b］がある。これらのモデルでは，デフォルトが均衡現象として説明されるため，金融システムの脆弱性も均衡現象として分析することが可能という優れた特性がある。さらに，それらのモデルの重要な結果として，自明ではない貨幣数量説が導出されること，流動性リスクとデフォルト・リスクに対するプレミアムがともに金利決定の要素に入ること（フィッシャー効果の存在），金融政策および金融上の規制政策（以下，規制政策）が実体経済に対して非中立的な効果を持つことが示されている。

しかし，彼らが提示したモデルは非常に抽象的な理論モデルであり，しかも有限期間の仮定の下で構築されている。そうした抽象モデルを無限期間のより具体的な時系列モデルとして提示したのが，Goodhart, Osorio and Tsomocos［2009］とMartinez and Tsomocos［2011］である[2)]。前者のモデルでは，経済主体（銀行）の異質性，貨幣，デフォルト・リスクの３つの要

素が統合され，後者のモデルでは，それらに加えて流動性の要素も統合されている3)。両モデルの均衡条件からは，フィッシャー効果の存在，金融政策と規制政策の非中立性，内生的なデフォルト（戦略的デフォルト）の存在といった特性が共通して導出される。さらに，後者のモデルでは，これらの特性に加え，自明ではない貨幣数量説が導かれ，さらに，デフォルトの存在が正の金利を保証することが理論的に示されている。

このように，これらのモデルは，Goodhart, Sunirand and Tsomocos［2006a］, Tsomocos［2003a, b］の抽象モデルの特性をかなり正確に体現した時系列モデルであるが，改良すべき点がないわけではない。Goodhart, Osorio and Tsomocos［2009］のモデルでは，銀行から借入れを行う自作農に流動性制約がないため，そもそもなぜ資金の貸借取引が生じるのかが自明ではない。Martinez and Tsomocos［2011］のモデルでは，この欠点を克服するために借入れを行う２種類の家計とそれらの家計における流動性制約を導入している。しかし，同論文でも言及されているように，Goodhart, Osorio and Tsomocos［2009］のモデルには現れていた生産の概念がこのモデルから欠落している。

本稿の目的は，生産の概念と設備投資の概念を取り込んだ上で，流動性制約，経済主体（金融機関）の異質性，貨幣，デフォルト・リスクを統合したシンプルで規範的な時系列モデルを構築し，その理論的特性を考察することである。次節以下の構成は次のとおりである。第Ⅱ節では，本モデルで重要な役割を果たす金融摩擦（デフォルトと流動性制約）と貨幣の概念について説明する。第Ⅲ節ではモデルの枠組みを提示し，さらに，各経済主体の最適行動（最適化条件）を導出する。第Ⅳ節では，第Ⅲ節で導出した各経済主体の最適化条件に基づいて，均衡状態の特性について考察する。結論を先取りすると，本モデルでも，金融政策・財政政策・規制政策の非中立性，フィッシャー効果の存在，内生的デフォルトの存在といった主要な特性が示されるほか，条件付きではあるが自明ではない貨幣数量説の成立が示される。さらに，デフォルト均衡現象とは無関係であるが，本モデルから期待を考慮したIS曲線と物価の粘着性を考慮したニューケインジアン・フィリップス曲線（NKPC）が導出され，このモデルはニューケインジアン・モデルの特性も備えている。第Ⅴ節では，結論として，モデル分析から得られたインプリケーションを述べる。

Ⅱ．予備的考察

本節では，次節でモデルを設定するに先立ち，モデルで重要な役割を果たす金融摩擦と貨幣の概念について説明する。前節で述べたように，ここでいう金融摩擦とはデフォルトと流動性制約である。

1. デフォルト

本稿では戦略的デフォルトという概念をモデルに組み込む。この考え方は，もともと，Shubik［1973］, Shubik and Wilson［1977］によってマクロ経済モデルにデフォルトという概念を導入する手法として開発された4)。

そもそも，債務者にとってデフォルトには次のようなメリットとデメリットがある。メリットとしては，言うまでもなく，債務の全部または一部を返済しなくともよいことである。一方，デメリットは，将来的な借入れ制約，社会

3的信用の失墜など金銭的・非金銭的なコストを負担しなければならないことである。戦略的デフォルトとは，デフォルトした債務1単位当たりのコスト（つまりデフォルトに対するペナルティ）を所与としたときに，デフォルトによるメリットとデメリットとが釣り合うように，債務者が債務の返済率（＝1－デフォルト率）を決定することである。この考え方は，債務の返済率が債務者の選好と経済状態に依存して内生的な均衡解として決定されることを含意している。

以上の説明から，戦略的デフォルトの考え方は，債務不履行に伴うコスト（デフォルト・ペナルティ）を債務者の効用から差し引くことによってモデル化することができる[5)]。ここで，債務不履行に伴うコストは，（債務不履行額）×（不履行額1単位当たりのペナルティ）で表され，さらにそのペナルティは当局による規制政策に依存すると仮定される。

なお，本稿では，第Ⅰ節で述べた目的に鑑み，できるだけ簡素な規範的モデルを構築するため，債務の見返りとしての担保は考慮しない[6)]。

2. 流動性制約

金融摩擦の重要な要因として，デフォルト以外にモデルに組み込むべきものは流動性制約である。ここで，流動性とは財の販売に係る流動性をいう。つまり，当期中の財の販売による収入のうち，貨幣として当期中に回収し使用できるのはその一部に限られるということが流動性制約の意味である。

この財に係る流動性の概念は，金融商品の流動性と直接的に関連付けることができる。通常，金融上の債権・債務にはその裏付けとなる財の取引がある。したがって，上記の意味での財に係る流動性の程度は，当該財の取引を裏付けとする金融商品の流動性にも影響を与えることとなる。例えば，モーゲージ担保証券のような住宅ローン債権を裏付けとした証券化商品の流動性は，住宅市場の流動性（活況度）に影響されてきたことを想起すれば，財の販売に係る流動性とそれに関連する金融商品の流動性の関係は納得できよう。

上述の流動性制約の考え方は，Espinoza and Tsomocos [2008] に従ってモデルに導入する。つまり，当期における財の販売収入のうち当期中に貨幣として回収し使用できるのは一部であり，残りの部分は翌期に回収されると仮定する。この流動性制約により，財を販売する経済主体（本稿では企業）は，キャッシュ・イン・アドバンス制約に直面することとなる。さらに，後述するように，この流動性制約の存在がすべての金融取引の根源となるのである。

3. 貨幣

本稿のモデルでは，貨幣として内部貨幣と外部貨幣を考える。

（1） 内部貨幣

本稿では，中央銀行が公開市場操作（OMO）を通じてインターバンク市場に注入する貨幣（流動性）を内部貨幣と定義する。ここで，OMO の手段としてレポ取引を考える。したがって，中央銀行から借り入れた金融機関がその借入金を返済すれば，内部貨幣は経済（民間部門）に残らない。

モデルでは，中央銀行が期初に OMO を通じて外生的に内部貨幣を金融機関に貸し付け，当該金融機関は期末に返済義務を負うと仮定す

る。このため，中央銀行から供給される内部貨幣量M_tは，OMO のレベルの変化を表す変数$\theta_{cb,t}$を用いて次のように定式化することができる[7)]。

$$M_t=\theta_{cb,t}\overline{M} \tag{1}$$

ここで，$\overline{M}$はM_tの均衡値である[8)]。また，$\theta_{cb,t}$は次の過程に従うと仮定する。

$$\begin{aligned}\ln\theta_{cb,t}&=\rho_{cb}\ln\overline{\theta}_{cb}+(1-\rho_{cb})\ln\theta_{cb,t-1}+\varepsilon_{cb,t}\\&=(1-\rho_{cb})\ln\theta_{cb,t-1}+\varepsilon_{cb,t},\end{aligned} \tag{2}$$
$$\varepsilon_{cb,t}\sim N(0,\ \sigma_{cb}^2)$$

ここで$\rho_{cb}\in[0,1]$は定数であり，また２番目の等式への変形には$\overline{\theta}_{cb}=\overline{M}/\overline{M}=1$の関係を用いた。

（２）　外部貨幣

本稿のモデルは，海外部門は考えない閉鎖経済モデルである。そこで，政府による財政支出を貨幣ファイナンス（つまりプリンティング・マネー）することによって民間部門に注入される貨幣（流動性）を外部貨幣と定義する。内部貨幣と違い，外部貨幣は民間部門の債務返済により相殺されないため，貨幣資産として民間部門内に留まることとなる。

外部貨幣は以下の式に基づき政府により外生的に付与され，かつ民間の各経済主体に比例的に按分されると仮定する。したがって，外部貨幣の供給量をG_t，家計，企業，銀行，金融仲介機関に付与される外部貨幣を各々$G_{h,t}$，$G_{f,t}$，$G_{b,t}$，$G_{fi,t}$とすると，次のように表すことができる。

$$\ln G_t=\rho_g\ln\overline{G}+(1-\rho_g)\ln G_{t-1}+\varepsilon_{g,t},\quad \varepsilon_{g,t}\sim N(0,\ \sigma_g^2) \tag{3}$$

$$G_{h,t}=m_1G_t \tag{4}$$

$$G_{f,t}=m_2G_t \tag{5}$$

$$G_{b,t}=m_3G_t \tag{6}$$

$$G_{fi,t}=(1-m_1-m_2-m_3)G_t \tag{7}$$

ここで，$\rho_g\in[0,1]$は定数である。また，$m_i(j=1,2,3)$は$m_i\in[0,1]$かつ$0\leq\sum_{i=1}^{3}m_i\leq1$を満たす定数である。

Ⅲ．モデル

本節では，前節で説明した金融摩擦を組み込んだ経済モデルを考察する。具体的には，金融摩擦の存在を前提としたときの各経済主体の最適行動を導出して考察するわけだが，それらを説明する前に，モデル全体の枠組みを概観しておこう。

1.　モデルの枠組み

モデルは海外部門を考えない閉鎖経済モデルである。この経済で活動する主体として，政府，中央銀行，家計，企業，銀行，金融仲介機関を考える。前節で説明したように，政府は財政政策（支出）を通じて外部貨幣を後四者で構成する民間部門に供給し，中央銀行はOMOを通じてインターバンク市場に内部貨幣を注入する。残る民間部門の行動については次項以降で詳述する。

モデルでは，経済主体が取引を行う５つの市場を想定する。１つは企業と家計との間で消費財を取引する財市場，２つ目は家計と企業との間で労働力を取引する労働市場である。３つ目は家計と銀行との間で預金を取引する預金市場である。さらに，銀行および中央銀行と金融仲介機関との間で資金を取引するインターバンク市場があり，最後に，企業と金融仲介機関との間で資金を貸借する債券市場を考える。また，

この経済では単一財を考えるが，企業の行動で後述するように，この単一財は消費財と資本財の二面性を持つと仮定する。これは，金融機関の設備投資を無視したとき，資本財の取引は企業部門（金融機関を除く産業界）内部の取引に帰着できると考えたためである。

2. 家計の行動

家計は銀行と金融仲介機関を所有し，これらの金融機関はその利益のすべてを配当金として家計に分配すると仮定する。このとき，家計の収入は配当金，外生的に付与される外部貨幣，企業からの労働所得，銀行からの預金払戻し（金利を含む）で構成される。一方，家計は企業から消費財を購入し，銀行に預金する。こうした予算制約の下で，家計は現在（$t=0$期）から将来にかけての消費と余暇から得られる期待効用（以下，効用）の割引現在価値が最大となるように，名目消費支出，労働時間，名目預金額を決定する。

こうした家計行動は次のように定式化することができる。

$$\underset{\{D_t, L_{h,t}, C_t\}_{t=0}^{\infty}}{Max} E_0\left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u^h\left(\frac{C_t}{P_t}, L_{h,t}\right)\right] \tag{8}$$

$$\text{s. t. } C_t+D_t \leq G_{h,t}+W_t L_{h,t}+R_{d,t} D_{t-1} \times(1+r_{d,t-1})+(\Pi_{b,t}+\Pi_{fi,t})\pi_t \tag{9}$$

ここで，各関数および各変数の定義は次のとおりである。

$E_t[\cdot]$：t期において利用可能な情報に基づく条件付き期待値演算子，$\beta\in[0, 1]$：主観的割引率，$u^h(\cdot)$：効用関数，C_t：t期における名目消費支出，P_t：t期における物価，$L_{h,t}$：t期における労働時間，D_t：t期末における名目預金額，$G_{h,t}$：t期に外生的に付与される外部貨幣，W_t：t期における時間当たり名目賃金，$R_{d,t}\in[0, 1]$：前期に預けた預金に対するt期における元利金の返済率，$r_{d,t}$：t期における名目預金金利，$\Pi_{b,t}$：t期における銀行の利益，$\Pi_{fi,t}$：t期における金融仲介機関の利益，π_t：t期における粗物価上昇率$(\equiv P_t/P_{t-1})$

なお，本稿で定義する効用関数$u=u(x_1, x_2)$は，すべて以下の条件を満たすと仮定する。

$$u_i\equiv\frac{\partial u}{\partial x_i}\ (i=1, 2),\ u_{ii}\equiv\frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2}<0,\quad u_{ij}\equiv\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j}>0\ (i\neq j) \tag{10}$$

この最適化問題の１階の条件は本論末の付論１に示している。それらの条件は以下のように整理することができる。

$$\frac{u^h_{1,t}}{P_t}=\beta E_t\left[(1+r_{d,t})R_{d,t+1}\left(\frac{u^h_{1,t+1}}{P_{t+1}}\right)\right] \tag{11}$$

$$\frac{W_t}{P_t}=-\frac{u^h_{2,t}}{u^h_{1,t}} \tag{12}$$

(11)式は，預金の返済率を考慮した消費のオイラー方程式を表している。つまり，今期に名目消費を１単位増加させることによる限界効用が，今期の名目消費を１単位あきらめ，来期の消費として支出したときに得られる限界効用の割引現在価値と等しくなるように名目消費支出の流列が決まることを示している。一方，(12)式は，労働時間を１単位増加させたときの限界不効用が，１単位の労働時間増加により追加的に得られる実質収入を消費に支出したときに得られる限界効用と等しくなるように，労働時間（供給）の流列が決まることを示している。

3. 企業の行動

本稿では，経営者が企業を所有する個人企業を考える。この企業は家計から労働力を購入

し，保有する前期末の資本ストックと組み合わせて財を生産する。生産された財の一部は消費財として家計に販売されるが，前節で説明した財の販売に係る流動性制約から，販売額のうち当期中に貨幣として回収される部分は一部であり，残りの部分は来期に回収される。

企業は消費財の販売額から労働費用を賄うべきだが，流動性制約があるため，当期の労働費用の不足分を満期が１期の債券（短期債）を発行して金融仲介機関から借り入れなければならない（キャッシュ・イン・アドバンス制約）[9]。さらに，企業は，前期販売額の当期回収分と付与された外部貨幣に基づき，前期に発行した債券の元利金を支払うが，ここで，その元利合計のどの程度の割合を支払うか，つまり債券の返済率をどのように決めるかは，前節で説明した戦略的デフォルトの考え方に従う。

生産した財のうち，消費財として販売した部分を差し引いた残りは，資本財として企業自らが需要する。つまり，企業の設備投資である。この設備投資は，前期末の資本ストックに付加されて当期末の資本ストックを形成する。さらに，企業経営者は設備投資（資本財需要）から効用を得るが，債券の元利払い義務を履行しなかった場合には，その不履行額に応じたペナルティが効用から控除される。なお，本稿では効用からペナルティを控除したものを純効用と称す。

以上の説明より，企業経営者は，債務履行に係る予算制約，労働費用支払いに係るキャッシュ・イン・アドバンス制約，生産関数の条件の下で，現在（$t=0$期）から将来にかけての純効用の割引現在価値が最大となるように，労働費用の名目支払額，消費財の実質販売額，債券の名目発行額，前期に発行した債券の返済率を決定する。こうした企業経営者の行動は次のように定式化することができる。なお，t期の生産関数に含まれる資本ストックは前期末のものであるため，t期の企業経営者の行動にとって資本ストックは先決変数となる。このため，資本ストックの遷移条件は企業経営者の最適化行動の制約条件に含まれない。

$$\underset{\{E_{l,t},S_t,B_{f,t},\upsilon_{f,t}\}_{t=0}^{\infty}}{Max} E_0\left[\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left\{u^f(I_t) - \frac{\tau_{f,t}}{\pi_t}max[0,(1-\upsilon_{f,t})B_{f,t-1}]\right\}\right] \tag{13}$$

$$\text{s. t. } \upsilon_{f,t}B_{f,t-1} \leq G_{f,t}+(1-\lambda_{t-1})P_{t-1}S_{t-1} \tag{14}$$

$$E_{l,t} \leq \lambda_t P_t S_t + \frac{B_{f,t}}{1+r_{f,t}} \tag{15}$$

$$I_t = Y_t - S_t \tag{16}$$

$$Y_t = A_t(K_{t-1})^{1-\alpha}\left(\frac{E_{l,t}}{W_t}\right)^{\alpha} \tag{17}$$

ここで，各関数および各変数の定義は次のとおりである。

$\beta\in[0,1]$：主観的割引率[10]，$u^f(\cdot)$：効用関数，I_t：t期における実質設備投資，$\tau_{f,t}$：t期における債務不履行額１単位当たりの名目ペナルティ，$\upsilon_{f,t}\in[0,1]$：前期発行債券のt期における返済率，$B_{f,t}$：t期における債券の名目発行額，$G_{f,t}$：t期に外生的に付与される外部貨幣，$\lambda_t\in[0,1]$：t期における消費財販売の貨幣回収率，S_t：t期における消費財の実質販売額，$E_{l,t}$：t期における労働費用の名目支払額，$r_{f,t}$：t期における名目貸出金利，Y_t：t期における名目総生産額，A_t：t期における技術水準（全要素生産性），$\alpha\in[0,1]$：総生産に対する労働投入の弾力性（定数），K_t：t期末における実質資本ストック

また，$\tau_{f,t}$，λ_t，A_tは以下の過程に従うと仮定する。

$$\ln \tau_{f,t}=\rho_f \ln \bar{\tau}_f+(1-\rho_f)\ln \tau_{f,t-1}+\varepsilon^{\tau}_{f,t}, \quad \varepsilon^{\tau}_{f,t}\sim N(0,\ \sigma^2_{\tau,f}),\ \rho_f\in[0,\ 1] \tag{18}$$

$$\ln \lambda_t=\rho_\lambda \ln \bar{\lambda}+(1-\rho_\lambda)\ln \lambda_{t-1}+\varepsilon_{\lambda,t}, \quad \varepsilon_{\lambda,t}\sim N(0,\ \sigma^2_\lambda),\ \rho_\lambda\in[0,\ 1] \tag{19}$$

$$\ln A_t=\rho_A \ln \bar{A}+(1-\rho_A)\ln A_{t-1}+\varepsilon_{A,t}, \quad \varepsilon_{A,t}\sim N(0,\ \sigma^2_A),\ \rho_A\in[0,\ 1] \tag{20}$$

なお，資本ストックの系列$\{K_t\}$は，$\{E_{I,t}\}$，$\{S_t\}$，$\{W_t\}$の系列を前提に，⒃，⒄式より次の式に基づいて決定される。

$$K_t=K_{t-1}+I_t \tag{21}$$ [11]

この最適化問題の1階の条件は本論末の付論1に示している。それらの条件は以下のように整理することができる。

$$u^f_{1,t}\frac{\alpha Y_t}{W_t L_{f,t}}=\beta(1+r_{f,t})E_t\left[\frac{\tau_{f,t+1}}{\pi_{t+1}}\right] \tag{22}$$

$$\frac{W_t L_{f,t}}{P_t Y_t}=\alpha\left(\frac{1+\lambda_t r_{f,t}}{1+r_{f,t}}\right) \tag{23}$$

㉒式は，$\{\tau_{f,t}\}$系列を所与としたときの企業による戦略的デフォルト行動として解釈することができる。㉒式左辺において

$$\frac{\alpha Y_t}{W_t L_{f,t}}=\frac{\partial Y_t}{\partial E_{I,t}}=\left(\frac{\partial I_t}{\partial E_{I,t}}\right)\left(\frac{\partial Y_t}{\partial I_t}\right)$$

だから，

$$㉒式左辺=\left(\frac{\partial u^f(I_t)}{\partial E_{I,t}}\right)\left(\frac{\partial Y_t}{\partial I_t}\right) \tag{24}$$

ここで，⒁式と⒂式を加えた予算制約式を考えると，㉔式，つまり㉒式左辺は，債券を1単位返済せず，その分で労働力を購入したときに得られる実質設備投資，すなわち実質資本ストックの増加を通じて限界的に追加される企業経営者の効用の増加分を表している。ただし，この限界効用は$(\partial Y_t／\partial I_t)$を乗じることにより生産物ベースで表されている。

一方，t期に1単位債券を発行した場合，$(t+1)$期には$(1+r_{f,t})$単位の元利金を支払わなければならないから，㉒式右辺は債券を1単位返済しないことにより予想される限界ペナルティの割引現在価値を表している[12]。

以上の考察から，㉒式は，ペナルティの系列$\{\tau_{f,t}\}$を所与としたときに，債券に係る債務不履行による限界効用（生産物ベース）と限界ペナルティの割引現在価値とが等しくなるように，企業は債券の返済率を調整していることを表している。このことは，企業の戦略的デフォルトが経済の均衡解として存在することを示している。

㉓式は，$\lambda_t<1$のとき，労働分配率が流動性制約の存在を考慮して決定されることを示している。

4. 銀行の行動

銀行は家計から預金を受け入れ，付与された外部貨幣と併せてそれらの資金をインターバンク市場を通じて金融仲介機関に貸し出す。このため，銀行の利益は貸出金の元利返済と預金の元利返済の差で決まるが，ここで後者の返済率については戦略的デフォルトの考え方に従う。さらに，前述したように，銀行の利益はすべて配当金として家計に支払われるが，銀行経営者はこの利益水準から効用を得ると仮定する。ただし，企業の場合と同様に，預金の返済義務を履行しなかったときには，その不履行額に応じたペナルティが効用から控除される。

以上の説明より，銀行は，インターバンク市場を通じた金融仲介機関への貸出しに係る予算制約の条件の下で，現在$(t=0)$から将来にかけての純効用の割引現在価値が最大となるよう

に，名目預金受入額，金融仲介機関への名目貸出額，預金の返済率を決定する。こうした銀行の行動は次のように定式化することができる。

$$\underset{(B_{b,t},F_{b,t},\upsilon_{b,t},\Pi_{b,t})_{t=0}^{\infty}}{Max} E_0\left[\sum_{t=0}^{\infty}\hat{\beta}^t\left\{u^b(\Pi_{b,t}) - \frac{\tau_{b,t}}{\pi_t}max[0,(1-\upsilon_{b,t})B_{b,t-1}]\right\}\right] \tag{25}$$

$$\text{s.t. } \Pi_{b,t}=\frac{R_{ib,t}(1+r_{ib,t-1})F_{b,t-1}}{\pi_t} - \upsilon_{b,t}\frac{B_{b,t-1}}{\pi_t} \tag{26}$$

$$F_{b,t}\leq G_{b,t}+\frac{B_{b,t}}{1+r_{d,t}} \tag{27}$$

ここで，各関数および各変数の定義は次のとおりである。

$\hat{\beta}\in[0,1]$：主観的割引率，$u^b(\cdot)$：効用関数，$\tau_{b,t}$：t期における債務不履行額１単位当たりの名目ペナルティ，$\upsilon_{b,t}\in[0,1]$：前期に受け入れた預金（元利金）のt期における返済率，$B_{b,t}$：t期に受け入れた名目預金額，$R_{ib,t}\in[0,1]$：前期にインターバンク市場を通じて貸し出した貸出金に対するt期における元利金の返済率，$r_{ib,t}$：t期における名目インターバンク金利，$F_{b,t}$：t期におけるインターバンク市場を通じた名目貸出額，$G_{f,t}$：t期に外生的に付与される外部貨幣

また，$\tau_{b,t}$は以下の過程に従うと仮定する。

$$\ln\tau_{b,t}=\rho_b\ln\bar{\tau}_b+(1-\rho_b)\ln\tau_{b,t-1}+\varepsilon^{\tau}_{b,t},$$
$$\varepsilon^{\tau}_{b,t}\sim N(0,\sigma^2_{\tau,b}),\ \rho_b\in[0,1] \tag{28}$$

この最適化問題の１階の条件は本論末の付論１に示している。それらの条件は以下のように整理することができる。

$$u^b_{1,t}=\tau_{b,t} \tag{29}$$

$$(1+r_{d,t})E_t\left[\frac{\tau_{b,t+1}}{\pi_{t+1}}\right] =(1+r_{ib,t})E_t\left[R_{ib,t+1}\left(\frac{\tau_{b,t+1}}{\pi_{t+1}}\right)\right] \tag{30}$$

(30)式右辺において，$R_{ib,t+1}$は金融仲介機関への貸出金に関する返済率を表し，$\tau_{b,t+1}$は銀行による債務不履行のペナルティを表すから，両者の関係は独立とみなすことができよう。このとき，(30)式は次のように変形することができる。

$$1+r_{d,t}=(1+r_{ib,t})E_t[R_{ib,t+1}] \tag{31}$$

(29)式は，$\{\tau_{b,t}\}$系列を所与としたときの銀行行動（戦略的デフォルト）として解釈することができる。(29)式の両辺に$-\frac{B_{b,t-1}}{\pi_t}$を乗じると

$$-u^b_{1,t}\frac{B_{b,t-1}}{\pi_t}=-\tau_{b,t}\frac{B_{b,t-1}}{\pi_t} \tag{32}$$

ここで，(25)，(26)式より

$$(32)\ 式左辺=\frac{d}{d\upsilon_{b,t}}u^b(\Pi_{b,t})$$

$$(32)\ 式右辺=\frac{d}{d\upsilon_{b,t}}\left\{\left(\frac{\tau_{b,t}}{\pi_t}\right)(1-\upsilon_{b,t})B_{b,t-1}\right\}$$

だから，(32)式，すなわち(29)式は，ペナルティの系列$\{\tau_{b,t}\}$を所与としたときに，債務不履行による限界効用と限界的なペナルティとが等しくなるように銀行は返済率を調整して利益を決めていることを示しており，このことは銀行の戦略的デフォルトが経済の均衡解として存在することを示している。

(31)式は，名目預金金利と名目インターバンク金利との関係を表しているが，その関係については次節で詳述する。

5. 金融仲介機関の行動

金融仲介機関は企業が発行する債券を購入することを通じて企業への貸出しを行うが，そのための資金を銀行および中央銀行から各々インターバンク市場，OMOを通じて調達する。ここで，内部貨幣の項で説明したように，OMOの手段としてレポ取引を想定しているため，そ

のレポ金利とインターバンク金利とは等しいと仮定する。

また，金融仲介機関の利益はすべて配当金として家計に支払われるが，金融仲介機関の経営者はその利益水準から効用を得ると仮定する。したがって，金融仲介機関の行動は銀行行動と同様に考えることができ，次のように定式化される。

$$\underset{\{B_{fi,t},F_{fi,t},\upsilon_{fi,t},\Pi_{fi,t}\}_{t=0}^{\infty}}{Max} E_0\left[\sum_{t=0}^{\infty}\hat{\beta}^t\left\{u^{fi}(\Pi_{fi,t}) - \frac{\tau_{fi,t}}{\pi_t}max[0,(1-\upsilon_{fi,t})B_{fi,t-1}]\right\}\right] \tag{33}$$

$$\text{s. t. } \Pi_{fi,t}=\frac{R_{f,t}(1+r_{f,t-1})F_{fi,t-1}}{\pi_t} - \upsilon_{fi,t}\frac{B_{fi,t-1}}{\pi_t} \tag{34}$$

$$F_{fi,t}\leq G_{fi,t}+\frac{B_{fi,t}}{1+r_{ib,t}} \tag{35}$$

ここで，各関数および各変数の定義は次のとおりである。

$\hat{\beta}\in[0, 1]$：主観的割引率[13]，$u^{fi}(\cdot)$：効用関数，$\tau_{fi,t}$：t期における債務不履行額１単位当たりの名目ペナルティ，$\upsilon_{fi,t}\in[0, 1]$：t期における前期に借り入れた資金（元利金）の返済率，$B_{fi,t}$：t期に銀行および中央銀行から借り入れた名目借入額，$R_{f,t}\in[0, 1]$：前期に取得した債券のt期における元利金の返済率，$F_{fi,t}$：t期における債券の名目取得額，$G_{f,t}$：t期に外生的に付与される外部貨幣

また，$\tau_{fi,t}$は以下の過程に従うと仮定する。

$$\ln\tau_{fi,t}=\rho_{fi}\ln\bar{\tau}_{fi}+(1-\rho_{fi})\ln\tau_{fi,t-1}+\varepsilon^{\tau}_{fi,t},$$
$$\varepsilon^{\tau}_{fi,t}\sim N(0,\ \sigma^2_{\tau,fi}),\ \ \rho_{fi}\in[0,\ 1] \tag{36}$$

この最適化問題の１階の条件は本論末の付論１に示している。それらの条件は以下のように整理することができる。

$$u^{fi}_{1,t}=\tau_{fi,t} \tag{37}$$

$$(1+r_{ib,t})E_t\left[\frac{\tau_{fi,t+1}}{\pi_{t+1}}\right] =(1+r_{f,t})E_t\left[R_{f,t+1}\left(\frac{\tau_{fi,t+1}}{\pi_{t+1}}\right)\right] \tag{38}$$

(38)式右辺において，$R_{f,t+1}$は企業が発行した債券の返済率を表し，$\tau_{fi,t+1}$は金融仲介機関による債務不履行のペナルティを表すから，両者の関係は独立とみなすことができよう。このとき，(38)式は次のように変形することができる。

$$1+r_{ib,t}=(1+r_{f,t})E_t[R_{f,t+1}] \tag{39}$$

(37)，(39)式は，各々銀行における(29)，(31)式と同様に解釈することができる。

6. 均衡条件

本稿のモデルで決定される変数は，以下のように外生変数，内生変数，マクロ経済変数に分類することができる。

[外生変数]

M_t：(1)～(2)式，G_t：(3)式，$G_{h,t}$：(4)式，$G_{f,t}$：(5)式，$G_{b,t}$：(6)式，$G_{fi,t}$：(7)式，λ_t：(19)式，$\tau_{f,t}$：(18)式，$\tau_{b,t}$：(28)式，$\tau_{fi,t}$：(36)式，A_t：(20)式

[内生変数]

家計：C_t，$L_{h,t}$，D_t

企業：$E_{l,t}$，S_t，$B_{f,t}$，$\upsilon_{f,t}$，K_t

銀行：$\Pi_{b,t}$，$B_{b,t}$，$F_{b,t}$，$\upsilon_{b,t}$

金融仲介機関：$\Pi_{fi,t}$，$B_{fi,t}$，$F_{fi,t}$，$\upsilon_{fi,t}$

[マクロ経済変数]

P_t（π_t），I_t（Y_t），W_t，$r_{d,t}$，$r_{ib,t}$，$r_{f,t}$，$R_{d,t}$，$R_{ib,t}$，$R_{f,t}$

外生変数は各変数に続いて付記した式によって決定され，内生変数は前項までに導出した各経済主体の１階の条件により決定される。一方，マクロ経済変数を決定するためには，各市場の均衡条件と，返済率に関する合理的期待の条件が必要となる。それらの条件は本論末の付論１に示している。

Ⅳ．分析

本節では，前節で導出した経済主体の最適化条件と市場の均衡条件に基づき，このモデルにおける重要な特性について考察する。以下の分析では，$B_{j,t}>0(j=b, fi, f)$の下で付論１の返済率に関する合理的期待の条件（A30）～（A32）が満たされていることを前提とする。したがって，以下において$R_{d,t}$と$\upsilon_{b,t}$，$R_{ib,t}$と$\upsilon_{fi,t}$，$R_{f,t}$と$\upsilon_{f,t}$は各々同義であることに留意されたい。

なお，特性を考察する前に，デフォルト均衡現象とは無関係であるが，家計と企業の最適化条件から期待を考慮したIS曲線と物価の粘着性を考慮したNKPCが導出され，本稿のモデルがニューケインジアン・モデルの特性も備えていることはモデルの重要な特性として指摘しておきたい。その証明は付論２に示している。

1．フィッシャー効果の成立と金利間の関係

⑾式を変形すると，

$$1+r_{d,t}=E_t\left[\left(\frac{u^h_{1,t}}{\beta u^h_{1,t+1}}\right)\pi_{t+1}\left(\frac{1}{R_{d,t+1}}\right)\right] \tag{40}$$

ここで右辺の[　]内が対数正規分布すると仮定して，⑽式の両辺の対数をとると，$r_{d,t}$は以下のように近似することができる。

$$r_{d,t}\approx E_t\left[\ln\left(\frac{u^h_{1,t}}{\beta u^h_{1,t+1}}\right)\right]+E_t[\tilde{\pi}_{t+1}] +E_t\left[\ln\left(\frac{1}{R_{d,t+1}}\right)\right] \tag{41}$$

ここで，$\tilde{\pi}_t\equiv\pi_t-1$である。

⑽式を⑶式に代入して$1+r_{d,t}$を消去し，同様の操作を行うと，

$$r_{ib,t}\approx E_t\left[\ln\left(\frac{u^h_{1,t}}{\beta u^h_{1,t+1}}\right)\right]+E_t[\tilde{\pi}_{t+1}] +E_t\left[\ln\left(\frac{1}{R_{d,t+1}}\right)\left(\frac{1}{R_{ib,t+1}}\right)\right] \tag{42}$$

また，㊴式を㉛式に代入して$1+r_{ib,t}$を消去し，さらにその式に㊵式を代入して$1+r_{d,t}$を消去した上で，同様の操作を行うと次の式を導出することができる。

$$r_{f,t}\approx E_t\left[\ln\left(\frac{u^h_{1,t}}{\beta u^h_{1,t+1}}\right)\right]+E_t[\tilde{\pi}_{t+1}] +E_t\left[\ln\left(\frac{1}{R_{d,t+1}}\right)\left(\frac{1}{R_{ib,t+1}}\right)\left(\frac{1}{R_{f,t+1}}\right)\right] \tag{43}$$

仮定より，$R_{j,t}\in[0, 1]$ $(j=d, ib, f)$だから，㊶～㊸式より，次の命題が導出される。

命題１：預金金利$r_{d,t}$，インターバンク金利$r_{ib,t}$，債券金利（利回り）$r_{f,t}$の均衡経路において次の性質が成立する[14]。

（i）いずれの名目金利も実質金利，期待物価上昇率，デフォルト・リスク・プレミアムの和で構成される（フィッシャー効果の成立）

（ii）$R_{j,t+1}<1$ $(j=d, ib, f)$のとき$r_{d,t}<r_{ib,t}<r_{f,t}$であり，$r_{ib,t}$は$r_{d,t}$よりインターバンク貸出に係るデフォルト・リスク・プレミアム分だけ高くなり，$r_{f,t}$は$r_{ib,t}$より債券の返済に係るデフォルト・リスク・プレミアム分だけ高くなる。

ここで，以下に示すように，命題１は債務不履行に係る重要な伝染効果を含意していることに注意されたい。㊶～㊸式は，各経済主体の債務不履行率と金利との関係について次のことを示唆している。

⒀式：企業による債務不履行率の上昇（つまり返済率の低下）は，貸出金利のみを上昇させる

⒁式：金融仲介機関による債務不履行率の上昇は，貸出金利のみならずインターバンク金利も上昇させる

⒂式：銀行による債務不履行率の上昇は，貸出金利のみならずインターバンク金利および預金金利も上昇させる

これらの関係は，企業の脆弱性が金利上昇を通じて経済へ及ぼす悪影響は限定的だが，金融機関，特に銀行の脆弱性は広範な金利の上昇を促し，したがって経済に与える悪影響も大きいことを示している。こうした伝染効果の相違は，経済への悪影響の程度を考慮したとき，企業より金融機関，特に銀行の保護を優先する根拠となる。

2. デフォルトと金利の関係

まず，預金金利$r_{d,t}$と預金の返済率$R_{d,t}$との関係を考えよう。⑽式で$r_{d,t}=0$とおき，かつ長期均衡（$t\to\infty$）を考えると，

$$1=\frac{1}{\beta\overline{R}_d} \tag{44}$$

$0\leq\beta\leq1$，$0\leq\overline{R}_d\leq1$の仮定の下で⒁式が成立するためには$\beta=\overline{R}_d=1$でなければならない。このことは，$\overline{R}_d<1$のときには$\overline{r}_d>0$でなければならないことを示している。

次に，インターバンク金利$r_{ib,t}$とインターバンク貸出の返済率$R_{ib,t}$の関係を考えよう。⑴式で$r_{ib,t}=0$を仮定すると

$$1+r_{d,t}=E_t[R_{ib,t+1}] \tag{45}$$

$0\leq r_{d,t}$，$0\leq R_{ib,t+1}\leq1$の条件の下で⒂式が成立するためには，$R_{ib,t+1}=1$かつ$r_{d,t}=0$が成立しなければならない。したがって，$R_{ib,t+1}<1$のとき$r_{d,t}\geq0$が成立するためには$r_{ib,t}>0$でなければならない。

最後に，債券金利（利回り）$r_{f,t}$と債券の返済率$R_{f,t}$の関係についてだが，⑼式に対してインターバンク貸出の場合と同様の推論を適用すれば，$R_{f,t+1}<1$のとき$r_{f,t}>0$でなければならないことが示される。

以上より，デフォルトと金利との関係として次の命題を導くことができる。

命題２：デフォルトの可能性が正の金利水準を支えている。

3. 金融政策の中立性

⑾～⒀式より，

$$r_{d,t}=r_{ib,t}-E_t\left[\ln\left(\frac{1}{R_{ib,t+1}}\right)\right] \tag{46}$$

$$r_{f,t}=r_{ib,t}+E_t\left[\ln\left(\frac{1}{R_{f,t+1}}\right)\right] \tag{47}$$

（A28）式より，例えば中央銀行による内部貨幣の増加（金融緩和）は$r_{ib,t}$の低下をもたらす。一方，この金融政策の変更により$R_{ib,t+1}$と$R_{f,t+1}$の期待値が不変であれば，⒃，⒄式より，$r_{ib,t}$の低下は各々$r_{d,t}$と$r_{f,t}$の低下を促す。

一方，⑽式より，$R_{d,t+1}$の期待値がこの金融政策の変更により不変であれば，$r_{d,t}$の低下は$u^h_{1,t}$と$u^h_{1,t+1}$に対して，つまり家計の実質消費支出C_t/P_tとC_{t+1}/P_{t+1}に対して影響を与え，さらにπ_{t+1}の期待値に対しても影響を及ぼす。

また，⒇式は

$$左辺=\left(\frac{W_t}{P_t}\right)\left(\frac{1}{A_t}\right)\left(\frac{E_{l,t}/W_t}{K_{t-1}}\right)^{1-\alpha}$$

$$右辺=\alpha\left(\lambda_t+\frac{1-\lambda_t}{1+r_{f,t}}\right)$$

と変形できるから，$\lambda_t<1$であり，かつA_tとK_{t-1}が不変のとき，$r_{f,t}$の低下は実質賃金(W_t/P_t)，企業による労働需要$(E_{l,t}/W_t)$の上昇をもたらす。

以上の考察より次の命題３を導出することができる。

命題３：消費財販売の貨幣回収率λ_tが$\lambda_t<1$のとき，金融政策は実体経済に影響を及ぼす。

命題３において「$\lambda_t<1$」の条件が含意することは以下のとおりである。企業行動のキャッシュ・イン・アドバンス制約(15)に示されるように，$\lambda_t=1$であれば企業は債券を発行して資金を調達する必要がない。なぜならば，企業は消費財の売上げ以上の金額を労働費用に投じるインセンティブがないためである。したがって，$\lambda_t=1$である場合には，企業は当然金融政策の影響を受けないこととなる。さらに，企業の債券発行がないのであれば，金融仲介機関もインターバンク市場を通じた借入れを行う必要がないので，そもそもインターバンク市場とそれに係る金利は存在せず，中央銀行による金融政策が効果を発揮することはできないのである。ただし，外部貨幣は各経済主体に外生的に付与することができるので，財政政策は実体経済に影響を与えることができる。このことは，「財政政策の非中立性」として後述する。

4. 貨幣数量説の条件付成立

民間部門の各経済主体における予算制約条件（A4），（A9），（A10），（A17），（A23）式に対して，$\Pi_{b,t}$と$\Pi_{fi,t}$の定義式（A16），（A22），市場均衡条件（A24），（A26）～（A29）式を用いて$\Pi_{b,t}$，$\Pi_{fi,t}$，C_t，$E_{l,t}$，$1+r_{d,t}$，$1+r_{ib,t}$，$1+r_{f,t}$を消去する。その上で，それらの予算制約条件を辺々加えて整理すると次の式を導くことができる。

$$\begin{aligned}(1-\lambda_t)P_tS_t&=G_t+M_t+(1-\lambda_{t-1})P_{t-1}S_{t-1}\\&\quad-R_{ib,t}(1+r_{ib,t-1})\,M_{t-1}\\&=G_t+M_t+(1-\lambda_{t-1})P_{t-1}S_{t-1}\\&\quad-(1+r_{d,t-1})\,M_{t-1}\end{aligned} \tag{48}$$

上式を導出するに当たり，$G_{h,t}+G_{f,t}+G_{b,t}+G_{fi,t}=G_t$と(31)式の関係を用いた。

ここで，均衡経路において

$$G_t=r_{d,t}M_t \tag{49}$$

が成立すれば[15]，(48)式は

$$(1-\lambda_t)P_tS_t=(1+r_{d,t})M_t \tag{50}$$

に還元することができ，さらに$\lambda_t<1$であれば

$$P_tS_t=\left(\frac{1+r_{d,t}}{1-\lambda_t}\right)M_t \tag{51}$$

という貨幣数量説が成立する。したがって，次の命題が導出される。

命題４：$\lambda_t<1$であり，かつ均衡経路において$G_t=r_{d,t}M_t$が成立すれば，貨幣数量説が成立する。

(51)式より，貨幣の流通速度V_tは

$$V_t=\frac{1+r_{d,t}}{1-\lambda_t} \tag{52}$$

と表され，消費財の流動性λ_tが上昇するほど，または預金金利$r_{d,t}$が上昇するほど貨幣の流通速度は大きくなる。また，前述したように，$\lambda_t=1$のとき企業は借入れの必要がないことから，中央銀行も内部貨幣M_tを供給する必要はなく，$M_t=0$となる。これは(50)式と整合的である。

なお，命題３（金融政策の非中立性）より，M_tの変化は実体経済に影響を与えることから，このモデルでは，貨幣数量説が成立しても貨幣と実体経済の非二分法が成立することとなる。

5. 財政政策の非中立性

財政政策が実体経済に対して中立的か否かを考察するにおいて，(49)式が成立するか否かに分けて検討する。

まず，(49)式が成立するとき，財政支出の増加はG_tの増加をもたらすから，M_tが一定のとき$r_{d,t}$の上昇を促す。一方，(41)～(43)式より

$$r_{ib,t}=r_{d,t}+E_t\left[\ln\left(\frac{1}{R_{ib,t+1}}\right)\right] \tag{53}$$

$$r_{f,t}=r_{d,t}+E_t\left[\ln\left(\frac{1}{R_{ib,t+1}}\right)\left(\frac{1}{R_{f,t+1}}\right)\right] \tag{54}$$

だから，財政支出の増加により$R_{ib,t+1}$と$R_{f,t+1}$の期待値が不変であれば，$r_{d,t}$の上昇は$r_{ib,t}$と$r_{f,t}$の上昇をもたらす。したがって，金融政策の非中立性と同様の議論により，$\lambda_t<1$のとき，財政政策は実体経済に影響を及ぼす。

一方，(49)式が成立しない場合でも，以下の推論により財政政策の非中立性が示される。λ_tとM_tが不変として，G_tが増加したとき，(48)式よりP_tもしくはS_tの上昇またはその両方の上昇がもたらされる。ここで，S_tが上昇するとき，G_tの増加は実体経済に影響を与えたことになる。一方，P_tのみが上昇するとき，$E_t[\pi_{t+1}]$が不変でない限り，(41)～(43)式より$r_{d,t}$，$r_{ib,t}$，$r_{f,t}$も変化し，その変化を通じて実体経済も変化する。したがって，財政政策の非中立性が成立する。

以上の考察の結果として，次の命題が導ける。

命題５：消費財販売の貨幣回収率λ_tが$\lambda_t<1$であるとき，財政政策は実体経済に影響を及ぼす。

6. 長期返済率の決定

(11)，(31)，(39)式の長期均衡における関係を考える。

$$1=\beta(1+\bar{r}_d)\,\bar{R}_d \tag{55}$$

$$1+\bar{r}_d=\beta(1+\bar{r}_{ib})\,\bar{R}_{ib} \tag{56}$$

$$1+\bar{r}_{ib}=\beta(1+\bar{r}_f)\,\bar{R}_f \tag{57}$$

これらの式より，長期均衡において返済率は次のように決定される。

$$\bar{R}_d=\frac{1}{\beta(1+\bar{r}_d)} \tag{58}$$

$$\bar{R}_{ib}=\frac{1+\bar{r}_d}{\beta(1+\bar{r}_{ib})}=\frac{1}{\beta^2(1+\bar{r}_{ib})\,\bar{R}_d} \tag{59}$$

$$\bar{R}_f=\frac{1+\bar{r}_{ib}}{\beta(1+\bar{r}_f)}=\frac{1}{\beta^3(1+\bar{r}_f)\,\bar{R}_d\bar{R}_{ib}} \tag{60}$$

(58)～(60)式より，返済率の水準は金利水準によって決定され，かつ返済率の水準と当該返済率に係る金利水準とは反比例する。この因果関係を逆にとらえれば，次の命題が導出される。

命題６：ある債務の返済率の上昇は，当該債務に係る金利水準を低下させる。

7. 返済率とペナルティとの長期均衡における関係

(A14)式を用いて(A12)式から$\eta_{b,1,t+1}$を消去して整理すると

$$\eta_{b,2,t}=\hat{\beta}(1+r_{d,t})E_t\left[\frac{\tau_{b,t+1}}{\pi_{t+1}}\right] \tag{61}$$

同様に，(A20)式を用いて(A18)式から$\eta_{fi,1,t+1}$

を消去して整理すると

$$\eta_{fi,2,t}=\hat{\beta}(1+r_{ib,t})E_t\left[\frac{\tau_{fi,t+1}}{\pi_{t+1}}\right] \tag{62}$$

ここで，(61)，(62)，(22)式の長期均衡を考えると

$$\bar{\eta}_{b,2}=\hat{\beta}(1+\bar{r}_d)\,\bar{\tau}_b \tag{63}$$

$$\bar{\eta}_{fi,2}=\hat{\beta}(1+\bar{r}_{ib})\,\bar{\tau}_{fi} \tag{64}$$

$$(\bar{u}_1^f+\bar{\eta}_{f,3})\,\frac{\alpha\bar{Y}}{\overline{WL}}=\beta(1+\bar{r}_f)\,\bar{\tau}_f \tag{65}$$

(58)～(60)式を用いて(63)～(65)式からそれぞれ$1+\bar{r}_d$，$1+\bar{r}_{ib}$，$1+\bar{r}_f$を消去すると

$$\bar{R}_d=\frac{\hat{\beta}\bar{\tau}_b}{\beta\bar{\eta}_{b,2}} \tag{66}$$

$$\bar{R}_{ib}=\frac{\hat{\beta}\bar{\tau}_{fi}}{\beta^2\bar{\eta}_{fi,2}\bar{R}_d} \tag{67}$$

$$\bar{R}_f=\frac{\overline{WL}\bar{\tau}_f}{\beta^2(\bar{u}_1^f+\bar{\eta}_{f,3})\alpha\bar{Y}\bar{R}_d\bar{R}_{ib}} \tag{68}$$

(66)～(68)式において，ペナルティ（$\bar{\tau}_j$, $j=b, fi, f$）に係る係数はすべて正だから，これらの式より次の命題を導くことができる。

命題７：ある経済主体のペナルティの上昇は，当該主体の債務返済率を上昇させる。

この命題を命題６，命題３と合わせると，次の命題が導出される。

命題８：ある経済主体のペナルティの上昇は，当該主体の債務に係る金利水準を低下させ，$\lambda_t<1$の条件の下で，実体経済に影響を及ぼす（規制政策の非中立性）。

Ⅴ．結論

本稿では，流動性制約，経済主体（金融機関）の異質性，貨幣，デフォルト・リスクの４つの要素を統合したシンプルな時系列モデルを構築し，その理論的特性を考察した。モデルは Goodhart, Osorio and Tsomocos［2009］と Martinez and Tsomocos［2011］のモデルをベースとし，それらのモデルに生産の概念と設備投資の概念を整合的に組み込んだことが本モデルの特徴である。

モデル分析から得られた主な結論は以下のように整理することができる。第１に，民間経済主体の最適行動から，各経済主体の戦略的デフォルトが経済の均衡現象として存在する。第２に，家計と企業の最適行動から期待を考慮したIS曲線と物価の粘着性を考慮したNKPCが導出され，本モデルはニューケインジアン・モデルの特性を備えている。

第３に，均衡状態において次の特徴が見出せる。

①フィッシャー効果の成立
②デフォルトの可能性による正の金利の支持
③自明ではない貨幣数量説の成立
④金融政策・財政政策・規制政策の実体経済に対する非中立性

特に，「①フィッシャー効果の成立」に関連して，民間経済主体の債務不履行に係る伝染効果の相違が理論的に示されたことは金融不安定性を考察する上で注目される特性である。つまり，金融機関，特に銀行の脆弱性は，企業の脆弱性より広範な金利の上昇を促し，したがって経済に及ぼす悪影響も大きいことが示されたのである。

以上のように，本稿の時系列モデルは金融不安定性を考察する上で重要な特性を十分に備えているものと考えられる。しかし，このモデルは非常にシンプルな構造であるため，現実に即して拡張する必要がある。以下に基本的な拡張

の方向として考えられる点を説明し，本稿の締めくくりとしたい。

第1に，金融取引における担保の導入である。注6でも述べたように，Goodhart, Sunirand and Tsomocos [2006a]の枠組みの中で担保を考慮した先行研究はあるが，いずれも有限期間モデルである。したがって，本モデルに担保の概念を組み込むことによって無限期間の時系列モデルに拡張することが求められよう。

第2の拡張の方向は，証券の流通市場の導入である。本稿のモデルには証券（債券）の発行市場しか存在しないため，証券価格の変動が経済主体の行動や経済全体にどのような影響を及ぼすかについて分析することができなかった。したがって，金融不安定性について現実的な分析を行うためには，証券の流通市場の導入は必要な拡張である。

付論１　各経済主体に関する１階の条件と均衡条件

1.　1階の条件

（1）　家計

$$-\eta_{h,t}+\beta E_t[(1+r_{d,t})\eta_{h,t+1}R_{d,t+1}]=0 \tag{A1}$$

$$u^h_{2,t}+\eta_{h,t}W_t=0 \tag{A2}$$

$$\frac{u^h_{1,t}}{P_t}-\eta_{h,t}=0 \tag{A3}$$

$$\begin{aligned}C_t+D_t=G_{h,t}+W_tL_{h,t}+R_{d,t}D_{t-1}\\ \times(1+r_{d,t-1})+(\Pi_{b,t}+\Pi_{fi,t})\pi_t\end{aligned} \tag{A4}$$

ここで，$\eta_{h,t}$は予算制約式(9)に係るラグランジュ乗数を表し，$u^h_{1,t}$と$u^h_{2,t}$は次のように定義される。

$$u^h_{1,t}\equiv\frac{\partial u^h}{\partial(C_t/P_t)},\ u^h_{2,t}\equiv\frac{\partial u^h}{\partial L_{h,t}}$$

（2）　企業

$$u^f_{1,t}\left(\frac{\alpha A_t(K_{t-1})^{1-\alpha}(L_{f,t})^{\alpha-1}}{W_t}\right)-\eta_{f,2,t}=0 \tag{A5}$$

$$\begin{aligned}-u^f_{1,t}+\eta_{f,2,t}\lambda_tP_t\\ +\beta E_t[\eta_{f,1,t+1}(1-\lambda_t)P_t]=0\end{aligned} \tag{A6}$$

$$\begin{aligned}\eta_{f,2,t}\frac{1}{1+r_{f,t}}-\beta E_t\Big[\frac{\tau_{f,t+1}}{\pi_{t+1}}(1-\upsilon_{f,t+1})\\ +\eta_{f,1,t+1}\upsilon_{f,t+1}\Big]=0\end{aligned} \tag{A7}$$

$$\frac{\tau_{f,t}}{\pi_t}-\eta_{f,1,t}=0 \tag{A8}$$

$$\upsilon_{f,t}B_{f,t-1}=G_{f,t}+(1-\lambda_{t-1})P_{t-1}S_{t-1} \tag{A9}$$

$$E_{l,t}=\lambda_tP_tS_t+\frac{B_{f,t}}{1+r_{f,t}} \tag{A10}$$

$$K_t=K_{t-1}+A_t(K_{t-1})^{1-\alpha}(L_{f,t})^{\alpha}-S_t \tag{A11}$$

ここで，

$$u^f_{1,t}\equiv\frac{du^f}{dI_t},\ L_{f,t}\equiv\frac{E_{l,t}}{W_t}$$

と定義され，$\eta_{f,1,t}$，$\eta_{f,2,t}$は各々本論の(14)，(15)式に係るラグランジュ乗数である。また，(A11)式は，制約条件ではないが，本論の(16)，(17)，(21)式より導かれる資本ストックの遷移式を表す。

（3）　銀行

$$\begin{aligned}\eta_{b,2,t}\frac{1}{1+r_{d,t}}-\hat{\beta}E_t\Big[\frac{\tau_{b,t+1}}{\pi_{t+1}}(1-\upsilon_{b,t+1})\\ +\eta_{b,1,t+1}\upsilon_{b,t+1}\frac{1}{\pi_{t+1}}\Big]=0\end{aligned} \tag{A12}$$

$$-\eta_{b,2,t}+\hat{\beta}E_t\left[\eta_{b,1,t+1}\left(\frac{R_{ib,t+1}(1+r_{ib,t})}{\pi_{t+1}}\right)\right]=0 \tag{A13}$$

$$\tau_{b,t}-\eta_{b,1,t}=0 \tag{A14}$$

$$u^b_{1,t}-\eta_{b,1,t}=0 \tag{A15}$$

$$\Pi_{b,t}=\frac{R_{ib,t}(1+r_{ib,t-1})F_{b,t-1}}{\pi_t}-\upsilon_{b,t}\frac{B_{b,t-1}}{\pi_t} \tag{A16}$$

$$F_{b,t}=G_{b,t}+\frac{B_{b,t}}{1+r_{d,t}} \tag{A17}$$

ここで，

$$u^b_{1,t}\equiv\frac{du^b}{d\Pi_{b,t}}$$

と定義され，さらに$\eta_{b,1,t}$と$\eta_{b,2,t}$は各々本論の(26)，(27)式に係るラグランジュ乗数である。

（4）　金融仲介機関

$$\begin{aligned}\eta_{fi,2,t}\frac{1}{1+r_{ib,t}}-\hat{\beta}E_t\Big[\frac{\tau_{fi,t+1}}{\pi_{t+1}}(1-\upsilon_{fi,t+1})\\ +\eta_{fi,1,t+1}\upsilon_{fi,t+1}\frac{1}{\pi_{t+1}}\Big]=0\end{aligned} \tag{A18}$$

$$-\eta_{fi,2,t}+\hat{\beta}E_t\left[\eta_{fi,1,t+1}\left(\frac{R_{f,t+1}(1+r_{f,t})}{\pi_{t+1}}\right)\right]=0 \tag{A19}$$

$$\tau_{fi,t}-\eta_{fi,1,t}=0 \tag{A20}$$

$$u^{fi}_{1,t}-\eta_{fi,1,t}=0 \tag{A21}$$

$$\Pi_{fi,t}=\frac{R_{f,t}(1+r_{f,t-1})F_{fi,t-1}}{\pi_t}-\upsilon_{fi,t}\frac{B_{fi,t-1}}{\pi_t} \tag{A22}$$

$$F_{fi,t}=G_{fi,t}+\frac{B_{fi,t}}{1+r_{ib,t}} \tag{A23}$$

ここで，

$$u^{fi}_{1,t}\equiv\frac{du^{fi}}{d\Pi_{fi,t}}$$

と定義され，さらに$\eta_{fi,1,t}$と$\eta_{fi,2,t}$は各々本論の(34)，(35)式に係るラグランジュ乗数である。

2. 市場の均衡条件

（1） 財市場

$$P_t=\frac{C_t}{S_t} \tag{A24}$$

$$Y_t=A_t(K_{t-1})^{1-\alpha}(L_{f,t})^{\alpha}=S_t+I_t \tag{A25}$$

（2） 労働市場

$$W_t=\frac{E_{l,t}}{L_{h,t}} \tag{A26}$$

（3） 預金市場

$$1+r_{d,t}=\frac{B_{b,t}}{D_t} \tag{A27}$$

（4） インターバンク市場

$$1+r_{ib,t}=\frac{B_{fi,t}}{F_{b,t}+M_t} \tag{A28}$$

（5） 債券市場

$$1+r_{f,t}=\frac{B_{f,t}}{F_{fi,t}} \tag{A29}$$

3. 返済率に関する合理的期待の条件

（1） 預金

$$R_{d,t}=\begin{cases}\upsilon_{b,t} & B_{b,t}>0\\ \text{不定} & B_{b,t}=0\end{cases} \tag{A30}$$

（2） インターバンク貸出

$$R_{ib,t}=\begin{cases}\upsilon_{fi,t} & B_{fi,t}>0\\ \text{不定} & B_{fi,t}=0\end{cases} \tag{A31}$$

（3） 債券

$$R_{f,t}=\begin{cases}\upsilon_{f,t} & B_{f,t}>0\\ \text{不定} & B_{f,t}=0\end{cases} \tag{A32}$$

付論2　本稿のモデルとニューケインジアン・モデルとの類似性

本稿のモデルからニューケインジアン・モデルとの類似の IS 曲線とニューケインジアン・フィリップス曲線（NKPC）を導出することができる。

1. IS 曲線

t 期における実質消費支出をC^r_tと定義した上で，家計の効用関数を次のように定める。

$$u^h(C^r_t, L_{h,t})=\frac{(C^r_t)^{1-\phi_1}}{1-\phi_1}-\frac{(L_{h,t})^{1-\phi_2}}{1-\phi_2} \tag{A33}$$

ここでϕ_1 (>0) とϕ_2 (>0) は共に定数である。(A33)式より，

$$u^h_{1,t}=\frac{\partial u^h}{\partial C^r_t}=(C^r_t)^{-\phi_1} \tag{A34}$$

だから，これを本論の(11)式に代入して均衡値の近傍で対数線形近似すれば，次のような標準的な形の IS 曲線を導出することができる。

$$\widehat{C}^r_t=E_t[\widehat{C}^r_{t+1}]-\frac{1}{\phi_1}\{\widehat{r}_{d,t}-E_t[\widetilde{\pi}_{t+1}-\widehat{R}_{d,t+1}]\} \tag{A35}$$

ここで，$\widehat{r}_{d,t}\equiv r_{d,t}-\bar{r}_d$であり，さらに他の変数$X_t$に対しては$\widehat{X}_t\equiv\ln X_t-\ln\bar{X}$と定義している。

2. NKPC

本論の㉓式を㉒式に代入して$\dfrac{Y_t}{W_tL_{f,t}}$を消去し，P_tについて整理すると

$$P_t=\left(\frac{1}{\beta}\right)\left(\frac{u^f_{1,t}}{1+\lambda_t r_{f,t}}\right)E_t\left[\frac{\pi_{t+1}}{\tau_{f,t+1}}\right] \tag{A36}$$

(A36)式が$(t-1)$期にも成立すると仮定し，辺々割ると，

$$\pi_t=\left(\frac{1+\lambda_{t-1}r_{f,t-1}}{1+\lambda_t r_{f,t}}\right)\left(\frac{u^f_{1,t}}{u^f_{1,t-1}}\right)\times E_t\left[\left(\frac{\pi_{t+1}}{\pi_t}\right)\left(\frac{\tau_{f,t}}{\tau_{f,t+1}}\right)\right] \tag{A37}$$

一方，企業経営者の効用関数を次のように定める。

$$u^f=\frac{(I_t)^{1-\phi_3}}{1-\phi_3}=\frac{(Y_t-S_t)^{1-\phi_3}}{1-\phi_3} \tag{A38}$$

ここでϕ_3 (>0)は定数である。(A38)式より

$$u^f_{1,t}=\frac{du^f}{d(Y_t-S_t)}=(Y_t-S_t)^{-\phi_3} \tag{A39}$$

だから，これを(A37)式に代入し，均衡値の近傍で対数線形近似すると，

$$\begin{aligned}\widetilde{\pi}_t=\frac{1}{2}[&E_t[\widetilde{\pi}_{t+1}]+\phi_3(\widehat{S}_t-\widehat{S}_{t-1})\\&-\phi_3(\widehat{Y}_t-\widehat{Y}_{t-1})\\&+(\widehat{\lambda}_t-\widehat{\lambda}_{t-1})+(r_{f,t}-r_{f,t-1})\\&-(E_t[\widehat{\tau}_{f,t+1}]-\widehat{\tau}_{f,t})]\end{aligned} \tag{A40}$$

(A40) 式において，$(\widehat{S}_t-\widehat{S}_{t-1})$は消費財の実質需要額（実質消費支出$C^r_t$）の成長率，$(\widehat{Y}_t-\widehat{Y}_{t-1})$は実質総生産額（消費財の実質供給額を含む）の成長率を表すから，(A40)式はNKPCと類似の性質を有するフィリップス曲線を示している。

注

1) ただし，デフォルトがない経済で，誰もが借用証書を発行し，それが取引の媒介手段として流通するようになると，借用証書の乱発からその価値が暴落し，大幅なインフレが生じるであろう。このような状態を回避するためにも，管理通貨としての貨幣の存在意義はある。

2) Goodhart, Sunirand and Tsomocos [2006b] は，Goodhart, Sunirand and Tsomocos [2006a] のモデルを無限期間の時系列モデルとして設定したが，銀行経営者の転職・退職を仮定することにより最終的に有限期間モデルに帰着させている。

3) 後者のモデルでは，銀行ではなく家計において異質性が仮定されている。

4) マクロ経済モデルへのデフォルト概念の導入に関する先行研究については，Goodhart and Tsomocos [2011] に詳しい。

5) 効用から差し引くようモデル化することによって，債務不履行に伴うコストは経済厚生上の死重的損失（デッドウエイト・ロス）を構成することとなる。

6) Goodhart, Sunirand and Tsomocos [2006a] の枠組みの中で担保を考慮した有限期間モデルとしては，Goodhart, Tsomocos and Vardoulakis [2010], Lin, Tsomocos and Vardoulakis [2011] がある。

7) 本論末の付論1に示したインターバンク市場の均衡条件(A28)より，中央銀行によるM_tの操作は，インターバンク金利$r_{ib,t}$の操作と同義であると解釈することができる。

8) 本稿では，ある変数X_tに対して$\bar{X}$を当該変数の均衡値と定義する。

9) 企業は消費財の販売額以上に労働費用を支払うインセンティブはない。したがって，流動性制約がないとき，企業は借入れを行う必要はない。このことは，流動性制約が企業の借入れの根源であり，後述する金融機関の行動から，この経済全体にとっての金融取引の根源であることを含意している。

10) 企業経営者の主観的割引率は家計のそれと同じと仮定する。

11) 本稿では資本ストックの減価償却率をゼロと仮定する。

12) ここで，㉒式右辺を導出するために，債券の返済率に関する1階の条件(A8)式を用いていることに留意されたい。

13) 金融仲介機関経営者の主観的割引率は銀行経営者のそれと同じと仮定する。

14) この命題の成立には，厳密には，$Z_t\equiv\left(\dfrac{u^h_{1,t-1}}{\beta u^h_{1,t}}\right)\pi_t$とおいたとき$\left\{\dfrac{Z_t}{R_{d,t}}\right\}$，$\left\{\dfrac{Z_t}{R_{d,t}R_{ib,t}}\right\}$，$\left\{\dfrac{Z_t}{R_{d,t}R_{ib,t}R_{f,t}}\right\}$の各系列が対数正規分布に従うことが必要である。

15) ㉛式の関係を用いると，㊽式が恒等的に成立するためには$G_t+M_t=(1+r_{ib,t})E_t[R_{ib,t+1}]\ M_t$が成立する必要がある。ここで，$M_t\approx E_t[R_{ib,t+1}]\ M_t$を仮定すると，条件㊾は$G_t\approx r_{ib,t}E_t[R_{ib,t+1}]\ M_t$と同値である。この近似式は

Goodhart, Sunirand and Tsomocos [2006a, p.131]に示される「金利の流動性構造の命題」を表す式と同様のものであり，したがって，条件(49)は根拠のないアド・ホックな条件ではない。なお，この命題は，債権・債務関係をすべて清算したとき，内部資金に関して最終的に残る金利債務は外部資金で賄われなければならないことを示しており，本稿のモデルのように，金融機関の最終利益を毎期配当として清算することを仮定している場合には，無限期間モデルでもその命題は成り立つ。詳しくはGoodhart, Sunirand and Tsomocos [2006a, b]を参照されたい。

参 考 文 献

Curdia, V., and M. Woodford [2009] "Credit Spreads and Monetary Policy," *NBER Working Paper,* No. 15289, National Bureau of Economic Research.

de Walque, G., O. Pierrard, and A. Rouabah [2010] "Financial (In) Stability, Supervision and Liquidity Injections: A Dynamic General Equilibrium Approach," *Economic Journal,* 120 (549), pp.1234–1261.

Espinoza, R. A., and D. P. Tsomocos [2008] "Liquidity and Asset Prices," *OFRC Working Paper,* No. 2008fe28, Oxford Financial Research Centre.

Goodhart, C. A. E. and D. P. Tsomocos [2011] "The Mayekawa Lecture: The Role of Default in Macroeconomics," *Monetary and Economic Studies,* 29, Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, pp.49–71.

Goodhart, C. A. E., C. Osorio, and D. P. Tsomocos [2009] "Analysis of Monetary Policy and Financial Stability: A New Paradigm," *CESifo Working Paper,* No. 2885, CESifo Group Munich.

Goodhart, C. A. E., P. Sunirand, and D. P. Tsomocos [2006a] "A Model to Analyse Financial Fragility," *Economic Theory,* 27 (1), pp.107–142.

Goodhart, C. A. E., P. Sunirand, and D. P. Tsomocos [2006b] "A Time Series Analysis of Financial Fragility in the UK Banking System," *Annals of Finance,* 2, pp.1–21.

Goodhart, C. A. E., D. P. Tsomocos, and A. P. Vardoulakis [2010] "Modeling a Housing and Mortgage Crisis," in R. A. Alfaro, ed. *Financial Stability, Monetary Policy, and Central Banking,* Central Bank of Chile, pp.215–254.

Iacoviello, M., and S. Neri [2010] "Housing Markets Spillovers: Evidence from an Estimated DSGE Model," *American Economic Journal: Macroeconomics,* 2 (2), pp.125–164.

Leao, E., and P. Leao [2007] "Modelling the Central Bank Repo Rate in a Dynamic General Equilibrium Framework," *Economic Modelling,* 24 (4), pp.571–610.

Lin, L., D. P. Tsomocos, and A. P. Vardoulakis [2011] "Debt Deflation Effects of Monetary Policy," mimeo. (http://webs.uvigo.es/ew-get/submissions%20papers/Li%20Lin.pdf)

Martinez, J. F., and D. P. Tsomocos [2011] "Liquidity Effects on Asset Prices, Financial Stability and Economic Resilience," mimeo. (http://www.bcb.gov.br/pec/depep/Seminarios/2011_VISemRiscosBCB/Arquivos/2011_VISemRiscosBCB_14h40_JuanMartinez.pdf)

Shubik, M. [1973] "Commodity Money, Oligopoly, Credit and Bankruptcy in a General Equilibrium Model," *Economic Inquiry,* 11 (1), pp. 24–38.

Shubik, M., and C. Wilson [1977] "The Optimal Bankruptcy Rule in a Trading Economy Using Fiat Money," *Journal of Economics,* 37 (3–4), pp.337–354.

Tsomocos, D. P. [2003a] "Equilibrium Analysis, Banking and Financial Instability," *Journal of Mathematical Economics,* 39 (5–6), pp. 619–655.

Tsomocos, D. P. [2003b] "Equilibrium Analysis, Banking, Contagion and Financial Fragility," *Working Paper*, No. 175, Bank of England.

White, W. R. [2010] "The Mayekawa Lecture: Some Alternative Perspectives on Macroeconomic Theory and Some Policy Implications," *Monetary and Economic Studies*, 28, Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, pp.35-58.

（獨協大学経済学部教授・
当研究所客員研究員）