証券経済研究　第110号（2020.6）

資本コストの蹉跌

倉　澤　資　成

要　　旨

投資プロジェクトの評価と採否の決定が，この論文の議論の対象である。

投資プロジェクトからの将来の不確実な収益の評価には，確実性等価（certainty equivalent）を用いる方法とリスク調整後の割引率（この論文では，これを資本コストと呼ぶ）によって期待収益を割り引く方法がある。現在の資本コストの議論の出発点となったModigliani and Miller（1958）の論文は，確実性等価にもとづく議論を正当化する満足できる理論は提供されてない，と主張する。

現在のファイナンス理論は，無裁定条件とリスク中立確率の存在の関係を明らかにした。リスク中立確率を用いた不確実な将来収益の評価は確実性等価を用いた評価そのものであり，この意味で，リスク中立確率の存在は確実性等価による説明を正当化する強固な理論的基礎を提供する。

これに対して，リスク調整割引率で将来の期待収益を割り引く方法には大きな内在的欠陥があり，それを避けるには追加的な仮定が必要となる。主要な追加的仮定は二つあるが，どちらも無視できない難点をもつ。

目　　次

Ⅰ．はじめに

投資プロジェクトの評価と採否の決定が，この論文の議論の対象である。

投資プロジェクトからの将来の不確実な収益の評価には，確実性等価（certainty equivalent）を用いる方法とリスク調整後の割引率（この論文では，これを「資本コスト」と呼ぶ）によって期待収益を割り引く方法がある。現在の資本コストの議論の出発点となった Modigliani and Miller（MM，1958）の論文では，確実性等価にもとづく議論を正当化する満足できる理論は提供されてない，と主張され，投資の内部収益率と（限界）資本コストの比較による方法が推奨されている。

現在ファイナンス理論は，無裁定条件とリスク中立確率の存在の関係を明らかにした[1)]。これが現在ファイナンス理論の基本的かつもっとも重要な成果である。リスク中立確率を用いた不確実な将来収益の評価は確実性等価を用いた評価そのものであり，この意味で，リスク中立確率の存在は確実性等価による説明を正当化する強固な理論的基礎を提供する。

これに対して，リスク調整割引率で将来の期待収益を割り引く方法には大きな内在的欠陥がある。リスク調整割引率（資本コスト）を用いた投資採択の説明が現在の主流であり，これを用いるには，追加的な仮定が必要となる。主要な追加的仮定は二つあるが，どちらも無視できない難点をもつ。第一の追加的仮定のもとでは，投資プロジェクトの採否の規準が提供されない。どのような特性をもつ投資プロジェクトも，常に期待内部収益が資本コストに一致するためである。第二の追加的仮定のもとでは，推定される資本コストに投資プロジェクトのリスク構造が適切に反映されない。

Ⅱ．問題の設定

経済学では資本を「資金」という意味ではなくて，「実物資産（real asset）」の意味で用いることが多い。資本コストの資本もこの意味であり，実物資産（を自らが利用すること）のコストあるいは実物資産を増やすための投資のコストという意味である。ここでは，企業が新しい投資プロジェクト（を実施すること）の機会費用という意味で「資本コスト」という用語を用いる。すなわち，投資プロジェクトの実施によって犠牲になるもの，それがこの投資の資本コストである。この論文の議論の対象を具体的にいうと，企業の投資プロジェクトの評価と資本コストとの関係になる。

企業の投資プロジェクトの問題を，簡単な２時点モデルを用いて設定しよう。現時点を０，将来時点を１とする。ここでの議論にとって不確実性が重要である。投資プロジェクトがもたらす時点１での収益（リターン）はさまざまな値をとるが，どの値をとるかは時点０でわかっていない，という不確実な状況を次のようにモデル化する。すなわち，時点１において，状態１，状態２，…，状態 S のいずれか一つの状態が生起するが，どの状態が起きるのかは時点０では明らかでなく，各状態が起こる確率だけがわかっているにすぎない，と想定する。どれか一つの「状態」が必ず生起するがどれが起きるかは事前には知られていない，という処理によって「不確実性」を取り扱う。状態 s（$s=1, \dots, S$）に応じて異なる値をとる変数を確率変数という。状態 s が生起する確率を $p(s)$

で表す。$p(s)$ は次の二つの性質をもつ。

$$0<p(s)<1,\ \sum_{s=1}^{S}p(s)=1$$

新規投資プロジェクトを実施するには，時点0で一定の資金 $I>0$ が必要であるとしよう。時点1では投資のための支出は0と仮定する[2)]。この投資プロジェクトを実施したときの時点1の収益を X とする。この企業は，過去の投資の結果として一定の実物資産を保有しており，この資産からも時点1で収益が得られる。こうした状況では，資産代替（asset substitution）や debt overhang と言われる過大投資あるいは過小投資の問題の存在が知られているが，ここでの議論にとって本質的ではないので，新規投資プロジェクトは既存資産や新規投資の実施前の資本構成とは独立に評価できる，と仮定する[3)]。新規投資プロジェクトを投資支出と投資からの収益の組（I, X）で表す。いうまでもなく X は状態 s に依存する。これを明示的に表すときには，$X(s)$（$s=1,\cdots,S$）と表現する。X は状態 s の値に応じて異なる値をとる確率変数であるが，単に X で表現したときは確率変数，ある状態 s が生起したときの X の値は $X(s)$ と表現する。他の確率変数についても同様である。

本稿の論点は投資プロジェクト（I, X）の評価であり，それにもとづく投資プロジェクトの実施の可否である。証券市場がよく整備された国では，不確実なペイオフを証券市場の価格に反映された投資家の選好によって評価できる。ここでは，よく整備された証券市場の存在を仮定する。不確実な将来収益 X の市場における現在価値評価を $V(X)$ で表す。この将来収益の現在価値，すなわち将来受けとる不確実な収益の評価がここでの論点である。それがどのように評価されるかは，以降で検討することにして，投資プロジェクトの現在価値評価が与えられたとしよう。投資の基本原理はきわめて単純である。次が成り立つとき，そしてそのときに限り，投資プロジェクト（I, X）は実施されるべきである。

$$V(X)-I>0 \tag{1}$$

これは投資プロジェクトの採否に関する標準的な規準であり，多くの人に受け入れられてきた。ここでも，この規準そのものについては議論せず，この基本原理を前提とする[4)]。問題は，どのようにして $V(X)$ を求めるかである。$V(X)$ が推定されれば，それと投資支出 I との比較によって，投資プロジェクトの採否が決定できる。

Ⅲ．リスク中立確率による評価

既に述べたように，不確実な将来収益は証券市場の情報によって適切に評価できる。現代ファイナンス理論の基本的かつもっとも重要な成果は，無裁定条件とリスク中立確率の存在の関係を明らかにしたことである[5)]。ここでは，この理論を前提とし，リスク中立確率が存在すると仮定する。

このとき，投資からの収益 X はリスク中立確率で評価される。すなわち，リスク中立確率を，

$$0<q(s)<1,\ \sum_{s=1}^{S}q(s)=1$$

の関係を満たす $q(1),\cdots,q(S)$ とするとき，収益 X の現在価値 $V(X)$ は

$$V(X)=\frac{1}{r_F}\sum_{s=1}^{S}q(s)X(s)=\frac{E^*(X)}{r_F} \tag{2}$$

で表される。ここで，r_F はグロスのリスク・

フリー・レート[6)]，$E^*(\cdot)$ はリスク中立確率を用いて計算される期待値を表す。説明を簡単にするために，リスク・フリー・レートの存在を仮定するが，リスク・フリー・レートが存在しなくても，議論の本質は変わらない。評価⑵は厳密な理論的裏付けをもっており，その意味で理論的には的確な評価式である。

表現⑵は不確実な収益 X に対する市場での評価であり，$E^*(X)$ は確率収益 X の確実性等価（certainty equivalent）と考えられる。すなわち市場では，確率収益 X に対する評価と，一定の収益 $E^*(X)$ に対する評価が完全に一致している。ある種の収益率（グロス表示）を $i^* = E^*(X)/I$ で定義すると，表現⑴は次のように書き直せる。

$$i^* > r_F \tag{3}$$

左辺の i^* を，MM（1958）はリスク調整利回り（risk adjusted yield）あるいは確実性等価利回り（“certainty equivalent” yield）と呼んだが，ここではリスク調整内部収益率と呼ぶ。⑶は，リスク調整内部収益率がリスク・フリー・レートを上回るとき，この投資プロジェクトは採用されるべき，を主張する。

リスク調整内部収益率は，投資プロジェクトからの将来収益の不確実性リスクを調整した後の内部収益率であり，収益率で定義された投資プロジェクトの利益である。この投資プロジェクトを実施しなければ，投資プロジェクトに使われた資金をリスク・フリー・レートで運用できる。その意味で，投資プロジェクトの実行はリスク・フリー・レートを犠牲にしており，表現⑶では，リスク・フリー・レート r_F が投資プロジェクトの「資本コスト」と呼んでも決して間違いではない。しかし，表現⑶がより適切な投資規準表現であるにもかかわらず，ほとんど使われることはなく，次の節で説明するリスク調整割引率を用いた表現が好まれ，リスク調整割引率を「資本コスト」と呼ぶことが多い。ここでもこの伝統に従い，表現⑶におけるリスク・フリー・レートに対して資本コストの用語は用いない。

表現⑵からわかることは次の三つである。第一に，リスク中立確率を推定すれば，投資プロジェクトは評価できる。

しかし，リスク中立確率の評価は簡単ではない。ここでは，推定の問題は議論しないが，リスク中立確率の推定には，当該企業すなわち投資プロジェクト (I, X) の評価を考えている企業の情報だけでは不十分であり，他の企業が発行している証券からの情報を用いる必要がある。したがって，第二に，投資プロジェクト (I, X) の評価には，証券市場で取引されている証券の価格データが必要であり，一般に，たとえば当該企業が発行している株式や社債に関するデータだけでは不十分である。

第三に，証券市場が完備（complete）であれば[7)]，リスク中立確率による評価⑵は，非上場企業や新興企業の企業評価や投資プロジェクトの評価にも用いることができる。証券市場が完備でなければ，次の仮定を付け加える必要がある。すなわち，「評価の対象（すなわち，非上場企業や新興企業の収益）が，証券市場で取引されている証券の収益の一次結合で表されるのであれば」である。この点も，ここでの議論では本質ではなく，この追加的条件を常に言及する面倒くささのため，完備市場を仮定する。

Ⅳ．リスク調整割引率（資本コスト）を用いる評価

将来収益の評価はリスク中立確率を用いるのが基本であるが，好んで使われるのは次の形式の評価方法である。

$$V(X)=\frac{E(X)}{\rho} \tag{4}$$

ここで，E は確率 $p(s)$ を用いて計算される期待値を表す。表現(4)は，確率変数 X の期待値を割引率 ρ で割り引いた値で，X を評価する方法である。割引率もグロスで表される。この評価を用いるとき，割引率 ρ を「資本コスト」と呼ぶ。期待内部収益率（グロス表示）を $i=E(X)/I$ で定義すると，投資規準(1)は次のように書き換えられる。

$$i>\rho \tag{5}$$

i は投資プロジェクト（I,X）の期待内部収益率であり，投資規準(5)は，それが ρ を上回っているとき投資プロジェクトは採用されるべき，と主張する。すぐに示すように，ρ はこの投資プロジェクトの実行によって犠牲になる収益率と考えられるため，投資プロジェクトの資本コストになっている。

資本コストを用いた評価は，リスク中立確率を用いた評価(2)に比べて特殊な形態である。もちろん，形式的にはリスク中立確率を用いた評価を資本コストを用いた表現に変換できる。付論で示されているように，(2)は次のように書き直せる。

$$V(X)=\frac{E(X)}{r_F-\mathrm{cov}(m,r)} \tag{6}$$

ここで，m は $m(s)=\frac{q(s)}{p(s)}$（$s=1$，…，S）で定義される確率変数，r は $r=\frac{X}{V(X)}$ で定義される確率変数である。表現(4)と(6)の比較から，資本コストは $\rho=r_f-\mathrm{cov}(m,r)$ と具体的に表現される。

$m'(s)=\frac{1}{r_F}\frac{q(s)}{p(s)}$（s＝1，…，S）で定義される確率変数 m' はよく知られた確率割引因子（プライシング・カーネル）であり，これを用いた(6)の表現も可能である。しかし，ここでは，リスク・フリー・レートとリスク調整部分の和としてリスク調整割引率を表現する方法を選んだ。確率変数 m に対しては「ラドン・ニコディム微分」という数学用語があるが，数学分野に慣れてないと意味不明なので，ここでは「確率変換ファクター」と呼んでおく。確率 $p(s)$ を確率 $q(s)$ に変換するファクター，という意味だが，世間で認知されている用法ではなく私がそう呼んでいるだけなので，注意したい。

現在の資本コストの議論は，1958年に刊行されたMM（1958）から始まったといってよい。彼らは，確実性等価アプローチには否定的であった。MM（1958）は次のように指摘する。

This attempt typically takes the form of superimposing on the results of the certainty analysis the notion of a “risk discount” to be subtracted from the expected yield (or a “risk premium” to be added to the market rate of interest). Investment decisions are then supposed to be based on a comparison of this “risk adjusted” or “certainty equivalent” yield with the market rate of interest. No satisfactory explanation has yet been provided, however, as to what determines the size of the risk discount and how it varies in response to changes in other variables. (MM（1958），p.262.)

冒頭の“this attempt”は，確実性等価のア

プローチを指す。確実性等価アプローチでは，リスク調整利回りあるいは確実性等価利回りと市場利子率（リスク・フリー・レート）との比較で投資が決定される，と説明されているが，これは(3)そのものである。MM（1958）は，確実性等価アプローチでは，何がリスク割引の大きさを決めるのか，他の変数の変化にどのように反応するのか，に対する説明が与えられてない，というのである。今ではアセット・プライシング理論の中核をしめるリスク中立確率はおろかCAPMでさえ，MMがこの論文を執筆していた時には存在しなかったのであるから，こうした主張も当然といえば当然である。かつては，確実性等価アプローチは，理論的根拠がはっきりせず胡散臭い議論と思われていたのだが，この引用からもその当時の雰囲気が感じられるはずである。現在では，リスク中立確率による評価がアセット・プライシングの中核であり，それは確実性等価そのものなのである。

以上の引用に続いて，MM（1958）は次のように主張する。

…the alternative approach, based on market value maximization, can provide the basis for an operational definition of the cost of capital and a workable theory of investment. Under this approach any investment project and its concomitant financing plan must pass only the following test: Will the project, as financed, raise the market value of the firm's shares? If so, it is worth undertaking; if not, its return is less than the marginal cost of capital to the firm.（MM（1958），p.264.）

最後の部分の“return”は，本論文の期待内部収益率iに，“marginal cost of capital”は資本コストρに対応する。したがって，引用部分は，投資規準(5)が満たされているときに限り，投資プロジェクトは実行されるべきである，と主張する。MM（1958）は，この主張をリスク・クラスという概念を用いて，理論的に厳密に証明した。

しかし，現代ファイナンスの視点から改めてこの議論を検討すると，適切な議論ではないように思われる。論文発表時点は1958年であり，それを考えるとリスク・クラスの利用はやむを得ない。むしろ，リスク・クラスという概念を自由に用いた理論的に厳密な議論は，目が覚めるように切れ味を示していた。実は，資本コストを用いた議論の不適切性は，リスク・クラスにあるのではない。リスク・クラスの代わりに，CAPMを用いてもまったく同じ指摘ができる。

その議論の詳細はⅦ節に譲ることにして，資本コストを用いた評価について，いくつか指摘しておきたい。資本コストによる評価が好まれる理由がいくつか存在する。第一に，資本コストを用いる評価が好まれる理由は，不確実がないときの割引現在価値の評価式に類似しており，その意味でわかりやすいからであろう。Xが状態sにかかわりなく一定の値をとるのであれば，その現在価値はよく知られているように，X/r_Fで表される。資本コストを用いた評価(4)は表面上はこれとおなじ形式になっており，その意味で理解しやすいところがある。

第二に，確率変数Xの分布を求めるのは困難な作業である。資本コストを用いた評価式は，表面的には確率変数Xの期待値だけを用いて評価されるようにみえる。これも，資本コストを用いた評価式が好まれる要因かも知れないが，後に議論するようにこれは錯覚に過ぎな

い。

資本コストは，ハードル・レート（カット・オフ・レート）ともいわれる。この点について簡単に触れておこう。資本コストを用いた評価式(5)をみてほしい。左辺は，新規プロジェクトの期待内部収益率であり，期待内部収益率が ρ を超えるとき，そしてそのときに限り実行に移されるべきことを示している。その意味で，ρ が新規投資を実施するべきかどうかの閾値となっており，そのためハードル・レートあるいはカット・オフ・レートと呼ばれる。

リスク調整割引率（資本コスト）を用いた評価には大きな欠陥がある。資本コストを用いた評価(6)をよくみてみよう。右辺には r が含まれているが，r は $r=\frac{X}{V(X)}$ で定義される。言い換えると，右辺にも $V(X)$ が含まれており，(6)は $V(X)$ の明示的な表現にはなっていない。この評価式で左辺の $V(X)$ を計算するには，$V(X)$ を予め推定しておく必要がある，という矛盾が生じている。

(6)を $V(X)$ について解いたらよいのではないか，と思われるかもしれない。いうまでもないが，(6)を $V(X)$ について解くと，リスク中立確率を用いた表現(2)に逆戻りするだけである。これからもわかる通り，リスク中立確率を用いた評価式こそが，矛盾のない表現なのである。

リスク中立確率を用いた評価(2)に比べて，資本コストを用いた評価(6)は自然確率 $p(s)$ を用いているためわかりやすい，と考えられるかもしれない。しかし，リスク中立確率を用いた表現(2)を自然確率で表現することもできる。比較的簡単な計算によって，表現(2)は次のように書き換えられる。

$$V(X)=\frac{E(X)-\mathrm{cov}(m,X)}{r_F} \tag{7}$$

この表現でもまだ確率変換ファクター m が残っているが，リスク中立確率の特殊ケースであるCAPMを用いれば，m の代りにマーケット・ポートフォリオのリターンで表現できる。あるいは，マルチ・ファクター・モデルを用いれば，確率変換ファクター m はいくつかのリスク・ファクターの一次結合で表される。CAPMについては次の節で議論する。

V．CAPM

さまざまな証券価格の均衡理論があり，それぞれがリスク中立確率あるいは確率変換ファクターについてより具体的な表現を提供する。ここでは，その一つとしてもっともよく知られた資産価格理論である資本資産評価モデル（Capital Asset Pricing Model，CAPM）を取り上げよう。実際に資本コストを推定するには，CAPMが使われることが多い。

CAPMのリスク中立確率は次で表される[8)]。

$$q(s)=p(s)\left[1-\gamma\left(X_M(s)-E(X_M)\right)\right] \tag{8}$$

ここで，γ は市場全体のリスクに対する選好を表す正の定数，確率変数 X_M は市場で取引されているすべての証券の収益の和，すなわちマーケット・ポートフォリオの収益である。

これを用いると，リスク中立確率による評価(2)は，次のように表現される：

$$V(X)=\frac{1}{r_F}\left(E(X)-\gamma\,\mathrm{cov}(X_M,X)\right) \tag{9}$$

CAPMを用いて投資プロジェクトを評価するときには，この表現(9)が基本になる。よく知られているように，CAPMを用いたときのリスクは，評価の対象である投資プロジェクトの収益とマーケット・ポートフォリオの収益の共分散で評価されることになる。

CAPMを仮定すると，⑻から

$$m(s)=1-\gamma\,(X_M(s)-E(X_M))$$

となる。これを⑹に代入すると，

$$V(X)=\frac{E(X)}{r_F+\gamma\mathrm{cov}(X_M,r)} \tag{10}$$

が得られる。

マーケット・ポートフォリオの現在価値を V_M で表し，$r_M=\frac{X_M}{V_M}$ と定義すると，表現⑽は，

$$V(X)=\frac{E(X)}{r_F+\gamma'\mathrm{cov}(r_M,r)} \tag{11}$$

と書き直すこともできる。ここで，$\gamma'=\gamma V_M$ であり，均衡では一定の定数である。Ⅵ節でCAPMを用いるときには，⑾の分母の表現を資本コストとして用いる。ただし，この表現には γ' というパラメターが含まれており，薄気味悪く感じられるかもしれない。

薄気味悪さを払拭するために，⑾がよく知られたベータを用いた表現に書き直せることを示しておく。関係⑾は X_M についても成り立つため，γ' は

$$\gamma'=\frac{E(r_M)-r_f}{\mathrm{var}(r_M)}$$

と表現でき，これを用いると，

$$V(X)=\frac{E(X)}{r_f+\beta\,(E(r_M)-r_f)} \tag{12}$$

というよく知られた表現を得る。ここで，

$$\beta=\frac{\mathrm{cov}(r_M,r)}{\mathrm{var}(r_M)}$$

はマーケット・ベータであり，表現⑿ではこの分母が資本コストとなる。

Ⅵ．資本コストを用いる評価の限界

すでに説明したように，資本コストを用いた表現⑸の右辺には $V(X)$ が含まれており，このままでは $V(X)$ を推定できない。リスク中立確率を用いた表現⑵あるいは⑺の利用を推奨するが，あくまでも資本コストを用いる評価にこだわるのであれば，一般には $\mathrm{cov}(m,r)$，CAPMでは $\mathrm{cov}(r_M,r)$ をどのように処理するか，具体的には r をどう処理するかが問題となる。収益率 r は，投資プロジェクトの収益の評価 $V(X)$ を用いて定義されるからである。

これの処理には二つの方法がよく使われている。第一の方法は，r の代わりに r_I を用いて資本コストを推定する方法であり，第二の方法はいわゆるWACC（weighted average cost of capital）による資本コストの推定である。ここで，r_I は X/I で定義されるプロジェクト（I, X）の内部収益率（確率変数）である。

以下のⅥ－1とⅥ－2ではCAPMを用いてこの二つの方法を検討するが，より一般的な確率変換ファクターを用いても議論の本質はまったく変わらない。Ⅵ－3では，MM（1958）のリスク・クラスを用いる方法を取り上げる。

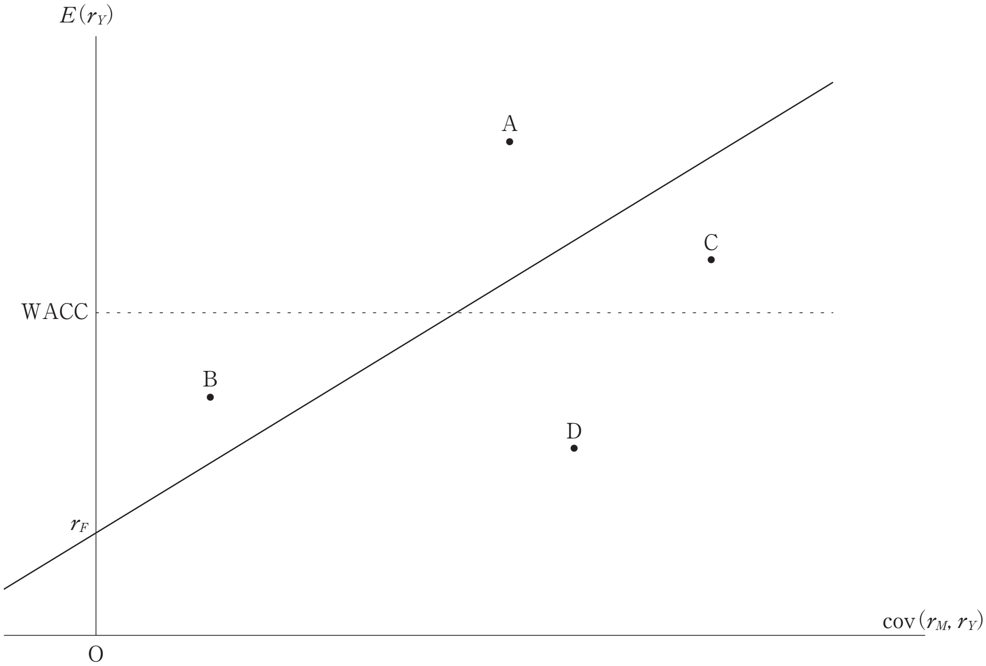
1．プロジェクトの内部収益率による代替

図表1は，Rubinstein（1973）のFigure 3（p.172）をもとにしている。CAPMが成立しているときには，市場で取引されているすべての証券の収益と市場での評価（市場価格）に関して，⑾の関係が成り立つ。たとえば，収益が Y の証券の市場価格は $V(Y)$ となり，この証券の期待収益率を $r_Y=E(Y)/V(Y)$ とすると，⑾から次の関係が成り立つ。

$$E(r_Y)=r_F+\gamma'\mathrm{cov}(r_M,r_Y)$$

図表1の右上がりの直線はこの関係を示しており，直線の傾きは γ' に等しい。CAPMを前提

図表1　均衡におけるリスク特性と期待リターン



〔出所〕 Rubinstein（1973）の Figure 3 にもとづいて筆者作成。

にすると，市場で取引されているすべての証券の期待収益率 $E(r_Y)$ と，マーケット・リターンとの共分散 $\mathrm{cov}(r_M, r_Y)$ との組合せは，この直線上に正確に位置する。

投資プロジェクトの収益 X が⑾で評価されるとき，投資規準⑸は，次のようになる。

$$i > r_F + \gamma' \mathrm{cov}(r_M, r) \tag{13}$$

右辺には $r = X/V(X)$ が含まれており，この規準はこのままでは使えない。Rubinstein（1973）では（そして多くのファイナンスのテキストブックでも），右辺（資本コスト）を $r_F + \gamma' \mathrm{cov}(r_M, r_I)$ で置き換え，投資規準として，

$$i > r_F + \gamma' \mathrm{cov}(r_M, r_I) \tag{14}$$

を採用する。投資規準⒀と⒁の違いは，$r = X/V(X)$ と $r_I = X/I$ にある。わかりにくいので注意したい。

図表1の四つの点A，B，C，Dは，異なる四つの投資プロジェクトA，B，C，Dの $\mathrm{cov}(r_M, r_I)$ と i の関係を表す。たとえば，点Aは投資プロジェクトAの $\mathrm{cov}(r_M, r_I^A)$ に対する i^A を示している。点Aは右上がりの直線よりも上に位置しており，それは次の関係の成立を意味する。

$$i^A > r_F + \gamma' \mathrm{cov}\ (r_M, r_I^A)$$

言い換えると，投資規準⒁のもとでは，プロジェクトAは採用されるべきプロジェクトとなる。同様の議論によって，投資規準⒁を採用すれば，プロジェクトBは採択，プロジェクトCとDは採択されない。

しかし，投資規準⒁は，注5で記述した仮定（したがって，標準的なCAPMの仮定）のもとでは適切な投資規準ではなく，その意味で理論的には破綻している，といってよい。こうした指摘は，Grinblatt and Titman（2002）のテキストやEkern（2006），Magni（2009）などにもみられ，新しい指摘というわけではない[9)]。

投資規準⒁は，注５で記述された仮定のもとでは適切ではないが，より強い仮定の追加によって対応できるかもしれない。ここでは，その可能性を考えよう。次が考え得る仮定の一つである。

追加的仮定⑴:

$$\mathrm{cov}(r_M, r) = \mathrm{cov}(r_M, r_I)$$

これが仮定されれば，投資規準⒁は投資規準⒀に一致する。強い仮定とはいえ，これによって理論的な矛盾は解消される。しかし，この仮定には別の難点が存在する。定義 $r = X/V(X)$ および $r_I = X/I$ を考慮すると，上記の追加的仮定は，

$$\frac{1}{V(X)}\ \mathrm{cov}\,(r_M, X) = \frac{1}{I}\ \mathrm{cov}\,(r_M, X)$$

と書き換えられ，これから $V(X) = I$ が導かれる。この関係が成立すると，CAPM の関係⑾から常に

$$i = \frac{E(X)}{V(X)} = r_F + \gamma'\mathrm{cov}\,(r_M,\ r_I)$$

となり，投資規準⒁は投資プロジェクトの採否の判断は使えない。投資規準⒁の左辺と右辺が常に一致するためである。図表１を使うと，追加的仮定⑴のもとでは，点 A，B，C，D はすべて右上がりの直線上に乗るのである。

2. WACC の憂愁

WACC にはさまざまな説明があり，必ずしも厳密な理論から導かれたわけではないが，投資プロジェクトの採否を考えている企業の株価情報や会計情報の利用が共通の特徴として考えられる。

投資プロジェクト（I, X）の採否を考えている企業の既存の実物資産からの１時点の収益を Y^0 としよう。WACC は次を仮定している，というのが一つの理解である。ここではこれを WACC の追加的仮定としよう。

追加的仮定⑵:

$$\mathrm{cov}(r_M, r) = \mathrm{cov}(r_M, r_Y^0)$$

ここで，r_Y^0 は次のように定義される。すなわち，当該企業の既存実物資産からの１時点の収益を Y^0，その市場評価を $V(Y^0)$ とし，$Y^0/V(Y^0)$ で r_Y^0 が定義される。

この仮定のもとでは，新規投資プロジェクト（I, X）がどのような値をとろうとも，投資規準⒁の右辺（資本コスト）は一定の値をとる。この一定値が WACC である。WACC＝cov（r_M, r_Y^0）とおくと，投資規準は

$$i > r_F + \gamma'\,\mathrm{WACC} \tag{15}$$

となる。

WACC は，新規投資プロジェクト（I, X）の性質に関わりなく一定の値をとる，という特徴をもつ[10)]。図表１では，WACC と表された水準が WACCである。Rubinstein（1973）は，この図を用いて次の点に注意を促した。先にも説明したとおり，Rubinstein（1973）の意図としては，四つの投資プロジェクト A，B，C，D を考えたとき，A と B は採択されるべきであり，C と D は採択されるべきではない。（これが適切でないことはすでに説明した通りである。）これに対して，常に一定の WACC を比較の対象（資本コスト）にすると，内部収益率がそれを上回る A と C が採択され，B と D は採択されない，という誤った結果が得られる。これが図表１を使って，Rubinstein（1973）が説明したいことであった。

新規投資プロジェクトの不確実性の特性に関係なく，一定の資本コストを仮定するのは，確かに強過ぎる，といえよう。これに対しては，投資プロジェクトの収益 X を市場で取引され

ている証券の収益の一次結合（ポートフォリオ）で近似できるならば，そのポートフォリオのリスクで新規投資プロジェクトのリスクを近似する，という方法である程度改善できるかもしれない。

具体的には次のようになる。新規投資プロジェクトの収益 X を他の証券の収益 Y_i（$i=1, \cdots, n$）の一次結合で次のように近似できる，としよう。

$$X \approx a_1 Y_1 + a_2 Y_2 + \cdots + a_n Y_n$$

ここで，a_1，a_2，…，a_n は定数である。各証券の市場価格を $V(Y_1)$，$V(Y_2)$，…，$V(Y_n)$ として，次を追加的仮定とすればよい。

$$\mathrm{cov}(r_M, r_Y) = \mathrm{cov}(r_M, r_I)$$

ここで，

$$r_Y = \frac{a_1 Y_1 + \cdots + a_n Y_n}{a_1 V(Y_1) + \cdots + a_n V(Y_n)}$$

である。この方法と先の単純なWACCとの違いは明らかであろう。単純なWACCでは，投資プロジェクト（I, X）のリスクの特性は，投資規準における資本コストのリスクにはまったく反映されない。これに対して，修正方法では，新規投資プロジェクトのリスク特性に近い特性をもつポートフォリオを探し，そのリスクで投資プロジェクトを評価することになる。

この方法はもっともらしく見えるかもしれないが，実は潜在的にⅥ-1で指摘した欠陥から自由でない。上の近似式が近似でなくて正確に成り立つとすれば，Ⅵ-1の議論がそのまま当てはまり，投資規準⒁は使えなくなる。すなわち，近似が正確になればなるほど，Ⅵ-1での問題の深刻性が増すのである。皮肉なことに，WACCが利用できるのは，それが新規投資のリスクと無関係に推定されるからである。新規投資のリスクに近いリスクをもつポートフォリオの共分散を使おうとすれば，投資規準⒁の信頼性は大きく低下する。いずれにしても，WACCは意味のある資本コストの推定値を提供しない，と理解すべきであろう。

3. MM（1958）の誤想

MM（1958）は，リスク・クラスという概念を用いて投資決定の規準を議論した。彼らは，次のように仮定する。同じリスク・クラス k に属する企業 j の期待収益を $E(Y_j)$，それに対する市場での評価（市場価格）を $V(Y_j)$ とすると，リスク・クラス k に固有の正の定数 ρ_k が存在して，

$$V(Y_j) = \frac{E(Y_j)}{\rho_k}$$

となる[11)]。定数 ρ_k は，リスク・クラス k に属する証券に対する市場での評価係数といえよう。

MM（1958）は，リスク・クラス k に属する投資プロジェクトの収益 X も同じリスク・クラスに属すると仮定すると，次のように評価される，という。

$$V(X) = \frac{E(X)}{\rho_k} \tag{16}$$

関係 $i = E(X)/I$ を用いると，上の関係から投資の採択規準⑴は，

$$\frac{1}{\rho_k} iI > I$$

となり，

$$i > \rho_k$$

の投資規準を得る。これが，MM（1958）が導いた投資規準である。MM（1958）によれば ρ_k が限界かつ平均資本コストであり，それはリスク・クラスごとに異なった値をとる。

MM（1958）を始めて読んだときには，見事な分析と感激した覚えがある。しかし，いまの

ファイナンス理論からこの分析を検討すると，Xの評価式⒃の右辺にも$V(X)$が含まれていることがわかる。これを確認しておこう。MM（1958）のρ_kは，何らかの意味でリスクを考慮した割引率である。リスクを考慮した割引率である限り，Ⅳ節の議論から，

$$\rho_k = r_F - \mathrm{cov}(m_k, r)$$

を満たす確率変換ファクターm_kが存在して，新規投資プロジェクトの収益は，

$$V(X) = \frac{E(X)}{r_F - \mathrm{cov}(m_k, r)}$$

で評価されなければならない。右辺に含まれるrは，$r = X/V(X)$で定義される確率変数であり，右辺にも$V(X)$が含まれるのである。

Ⅵ-1とⅥ-2ではCAPMを用いているのに対して，ここでは確率変換ファクターを使っているが，本質は何も変わらず，MM（1958）の議論でもrをどのように処理するかが問題として残る。

Ⅶ．むすび

投資プロジェクトの採否の決定に関するほとんどの解説では，資本コストを用いる投資規準が主流である。しかし，リスク中立確率を用いた確実性等価の議論に比べると，資本コストを用いる議論には理論的欠陥がある。それを補うには，追加的仮定が必要である。主要な追加的仮定には二つあるが，どちらの仮定を採用しても無視できない難点が存在する。投資プロジェクトの採否の決定には，リスク中立確率を用いた評価を採用すべきである。

付　論

ここでは，⑵から⑹の表現を導く。確率変数mを$m(s)=q(s)/p(s)$で定義すると，次が成り立つ。

$$\sum q(s)X(s)=\sum p(s)m(s)X(s)=E(mX)$$

さらに$E(m)=1$に注意すると，

$$E(mX)=E(m)E(X)+\mathrm{cov}(m, X)$$
$$=E(X)+\mathrm{cov}(m, X)$$

を得る。⑵から，

$$r_F = \frac{E^*(X)}{V(X)} = \frac{E(X)}{V(X)} + \mathrm{cov}(m, r)$$

ここで，rは$r=\frac{X}{V(X)}$で定義される確率変数である。これを整理すると，

$$V(X) = \frac{E(X)}{r_F - \mathrm{cov}(m, r)}$$

を得る。

注

1）　リスク中立確率に代えて，確率割引因子（プライシング・カーネル）や状態価格が用いられることもあるが，これらはリスク中立確率と本質的には同じ概念である。たとえば，Campbell（2018）を参照。

2）　時点１での支出を考えても議論の本質に影響はない。

3）　資産代替やdebt overhangなどについては，たとえば，Tirole（2005）を参照。

4）　この規準を正味現在価値規準という。近年，投資の採択に関するリアル・オプション・アプローチの議論が盛んである。投資決定におけるリアル・オプション・アプローチについては，たとえば湊（2010）を参照。

5）　ここでは，１期間モデルを用いているが，それ以外にアセット・プライシング理論の標準的な仮定をおく。主要な仮定は次の通りである：⑴ 証券は完全競争市場で取引される，⑵ 空売り制約や借入に対する制約はない，⑶ 税や取引コストは存在しない。

6）　この論文では，収益率などはすべてグロスで表す。たとえば，100円を１期間２％のリスク・フリー・レートで運用したときには，グロスのr_Fは（100＋２）/100になる，という意味である。リスク・フリー・レート以外もすべてグロスで表示する。

7）　完備市場については，たとえばCampbell（2018）を参照。

8）　たとえば，仁科・倉澤（2009）を参照。
9）　この点に関しては，齋藤（2019）がわかりやすい解説を提供する。
10）　WACC にもいろいろな推定方法があり，推定方法の違いによって異なる値をとる。ここで，「一定の値をとる」とは理論的には，という意味である。
11）　記号は本論文に合わせた。MM（1958）では，リスク・クラスとはいわずに単に class と呼んでいる。

参　照　文　献

Campbell，John，Y.（2018），*Financial Decisions and Market*，Princeton University Press.

Ekern，Steinar（2006），A Dozen Consistent CAPM-Related Valuation Models ― So Why Use the Incorrect One? Discussion Paper 6/2006，Department of Finance and Management Science，Norweigian School of Economics and Business Administration（NHH）.

Grinblatt，Mark，and Sheridan Titman（2002），*Financial Markets and Corporate Strategy*（2nd Edition），McGrow-Hill.

Magni，Carlo Alberto（2009），CAPM and Capital Budgeting: Present versus Future，Equilibrium versus Disequilibrium，Decision and Valuation，unpublished.

Modigliani，Franco and Miller，Merton（1958），The Cost of Cpital，Corporate Finance and Theory of Investment，*American Economic Review* 48(3)，261-91.

Rubinstein，Mark E.（1973），A Mean-Variance Synthesis of Coprporate Financial Theory，*Journal of Finance*，28(1)，167-81.

Tirole，Jean（2006），Corporate *Finance*，Princeton University Press.

齋藤達弘（2019），キャッシュ・フロー・ベータとアセット・ベータ，資本コスト，「福知山公立大学研究紀要」，57-90。

仁科一彦・倉澤資成（2009），ポートフォリオ理論，中央経済社。

湊隆幸（2010），事業の意思決定―基礎理論からリアルオプションの実践まで，技報堂出版。

（横浜国立大学名誉教授・当研究所客員研究員）